

Protokoll zum astronomischen Praktikum vom 14.2.2005 bis 25.2.2005 (Gruppe 5)

Michael Ganz*, Michael Gernoth†, Andreas Osswald‡

24. Februar 2005

1 Zeitmaße

1.1 Definitionen

Wahre Sonnenzeit (WS) Die wahre Sonnenzeit wird durch zwei aufeinanderfolgende obere Kulminationen der Sonne definiert. Diese Zeit läuft nicht gleichförmig. Der wahre Sonnentag wird durch den Stundenwinkel der Sonne (τ) + 12h definiert.

Mittlere Sonnenzeit (MS) Man nimmt an, dass die Sonne gleichförmig über den Äquator läuft. Dadurch eliminiert man den Einfluß der Ekliptik. Der mittlere Sonnentag ist die Mittelung der wahren Sonnentage ueber den Zeitraum eines Jahres. Dadurch wird erreicht, dass die mittlere Sonnenzeit gleichfoermig fortschreitet, da der Einfluss der Ekliptik und Exzentrizität ausgeglichen wird.

Zeitgleichung (WS-MS) Die Zeitgleichung ist die Differenz der wahren Sonnenzeit und der mittleren Sonnenzeit.

Weltzeit, Universal Time (UT, UTC) Die Weltzeit UT ist die mittlere Sonnenzeit auf dem Nullmeridian durch Greenwich, UK.

Zonenzeiten (z.B. MEZ) Um nicht an jedem Ort eine eigene mittlere Sonnenzeit festlegen zu müssen, wird die Weltkugel von Greenwich ausgehend in 24 Zeitzonen zu jeweils 15° eingeteilt. In der Praxis sind diese Grenzen den natürlichen und politischen Grenzen angepasst.

Julianisches Datum (JD) Um nicht mit Jahren und Tagen rechnen zu müssen, wurde das Julianische Datum eingeführt. Dieses hat seinen Nullpunkt am 1. Januar 4713 vor Christus um 12:00 Uhr UT, von dort an wird fortlaufend in Tagen gezählt. Nach diesem Datum beginnt der Tag am Meridiandurchgang der Sonne (12:00 Uhr) und nicht um Mitternacht, um Zeitangaben bei astronomischen Beobachtungen eindeutig zu machen.

*ganz.michael@t-online.de

†michael@zerfeddert.de

‡andreas@osswald.de.com

Ephemeridenzeit (ET, TT) Über grössere Zeiträume hinweg zeigen Planeten (z.B.: Erde) Abweichungen ggÜ. der Newtonschen Mechanik und Gravitationstheorie berechneten Ephemeriden. Dies zeigt sich in einer kontinuierlichen Zunahme der Tageslänge. Die Ephemeridenzeit ist an die Länge des tropischen Jahres 1900 gebunden, wobei eine Ephemeridensekunde dem 31556925,9747ten Teil dieses Jahres entspricht. 1966 wurde die Einheit der Ephemeridenzeit der Atomsekunde angepasst. Seitdem wird diese Terrestrial Time (TT) genannt. Im Jahr 2005 besteht der Unterschied zwischen Ephemeridenzeit und Weltzeit 66 Sekunden.

Sternzeit, Siderial Time (ST) Sternzeit ist die Zeit bezogen auf den Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Die Basiseinheit ist der Sterntag. Dies ist das Zeitintervall zweier aufeinanderfolgender oberer Kulminationen des Frühlingspunktes. Das heisst, dass nach einem Sterntag die Himmelskugel wieder die gleiche Stellung zum Beobachter erreicht. Zu beachten ist, dass der Sterntag 3 Minuten, 56,56 Sekunden kürzer als der Sonnentag ist.

Atomzeit Atomzeit ist eine auf einer Atomuhr (Cäsium 133-Zerfall) basierende gleichmässige Zeiteinheit. Sie ist streng gleichförmig, wird aber periodisch durch Schaltsekunden an die Weltzeit angepasst.

1.2 Gleichförmigkeit

gleichförmig verlaufend Streng gleichförmig verlaufen die Atomzeit und die Ephemeridenzeit.

ungleichförmig verlaufend

Wahre Sonnenzeit Die Bahngeschwindigkeit der Erde ist nicht konstant, da sie eine Ellipse (Exzentrizität) um die Sonne beschreibt. Außerdem beeinflusst die Ekliptik das Wachstum der Rektaszension.

Mittlere Sonnenzeit Die mittlere Sonnenzeit ist zwar von den Einflüssen der Ekliptik losgelöst, wird aber noch durch die Bahngeschwindigkeit der Erde beeinflusst.

Weltzeit, Zonenzeit, Julianisches Datum Diese Zeiten sind an die mittlere Sonnenzeit gekoppelt.

Sternzeit Die Sternzeit ist an den Frühlingspunkt gekoppelt, welcher durch die Ekliptik nicht konstant ist.

1.3 Zeitgleichung

Die Zeitgleichung ist die Differenz zwischen mittlerer Sonnenzeit und wahrer Sonnenzeit (wird von Sonnenuhren angezeigt). Da die Erde keinen exakten Kreis um die Sonne beschreibt, sondern eine Ellipse (Erdbahnexzentrizität), bewegt sie sich auf ihrer Bahn schneller, je näher sie der Sonne steht (2. Keplersches Gesetz). Die Erde steht hierbei Anfang Januar der Sonne am nächsten und

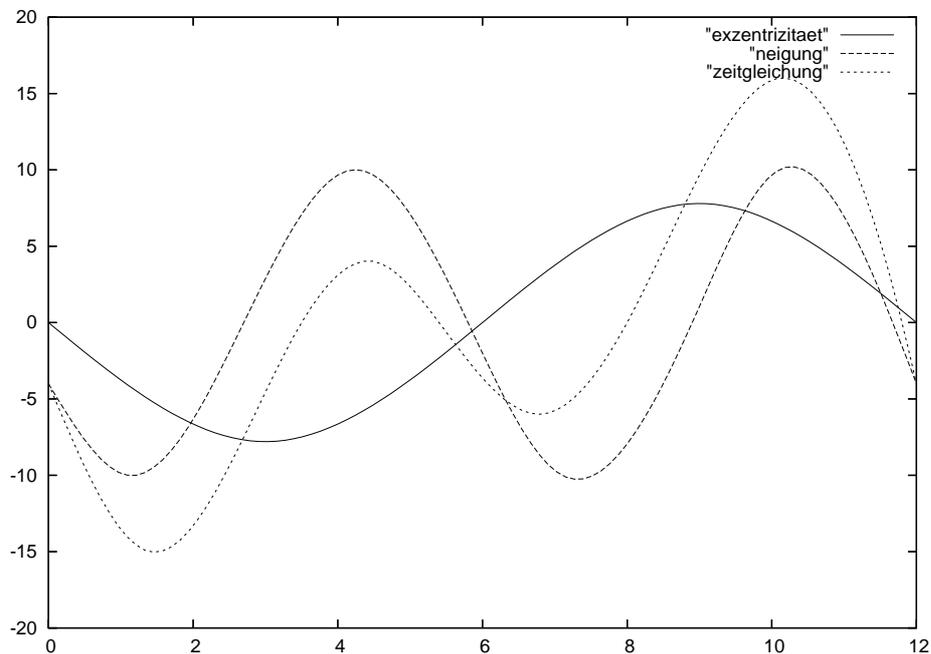


Abbildung 1: Zeitgleichung

Anfang Juli am entferntesten. Dieser Effekt führt dazu, dass eine Differenz von bis zu 8 Minuten zur mittleren Sonnenzeit entsteht. Der zweite Effekt ist die Neigung der Erdachse. Hierbei ist der Äquator zur Ekliptik um einen Winkel von ca. $23,5^\circ$ geneigt. Selbst wenn die Erde sich gleichmäßig auf Ihrer Bahn bewegen würde, würde deshalb am Äquator kein gleichmäßiges Fortschreiten der Sonne beobachtet werden können. Ihr Verlauf ist in Abbildung 1 dargestellt.

2 Koordinatensysteme

Eine Übersicht Tabellarische Übersicht über die Koordinatensysteme findet sich in Tabelle 1.

2.1 Charakterisierung

Horizontsystem Beim Horizontsystem wird der Horizont als Grundkreis verwendet. Als Pol wählt man den Zenit, der sich senkrecht über dem Beobachter befindet. Um die Position eines Gestirns anzugeben, verwendet man Höhe und Azimut. Beim Azimut legt man in der Astronomie 0° als Süden fest, 90° als Westen, 180° als Norden und 270° als Osten. Anstelle der Höhe kann man auch die Zenitdistanz angeben (90° -Höhe). Das Horizontsystem wird dazu genutzt, um sich Positionsangaben von Gestirnen zu veranschaulichen.

Äquatorsystem Im Äquatorsystem benutzt man den Himmelsnord- und Himmels-südpol als Pole und den Himmelsäquator als Ursprung. Die Breite wird

	Ursprung	Grundkreis	Längen- koordinate	Breiten- koordi- nate	Pole
Horizont- system	Beobachtungsort	Horizont	Azimut	Höhe	Zenit und Nadir
festes Äquator- system	Erdmittelpunkt	Äquatorebene	Stunden- winkel (τ)	Deklina- tion (δ)	Nord-/Südpol
bewegliches Äquator- system	Erdmittelpunkt	Äquatorebene	Rektas- zension (α)	Deklina- tion (δ)	Nord-/Südpol
ekliptikales System	Sonnenzentrum (oder auch Erd- zentrum oder Beobachtungs- ort)	Ekliptik	Ekliptikale Länge (λ)	Eklipti- kale Breite (β)	Nord-/Südpol
galaktisches System	galaktisches Zentrum	galaktischer Äquator	galaktische Länge (l)	galak- tische Breite (b)	Nord-/Südpol

Tabelle 1: Übersicht über die Koordinatensysteme

durch den Winkel zwischen Himmelsäquator und Objekt bestimmt, welcher Deklination (δ) genannt wird.

festes Äquatorsystem Im festen Äquatorsystem wird die Länge durch den Stundenwinkel (τ) festgelegt. Dieser ist der Winkel zwischen Himmelsmeridian und Stundenkreis des Objekts, gemessen auf dem Himmelsäquator (dies entspricht der Zeit, seit der ein Gestirn den Meridian des Beobachters überschritten hat, oder der Zeit die bis dahin noch verstreicht). Das feste Äquatorsystem wird bei Teleskopen mit parallaktischer Montierung verwendet.

bewegliches Äquatorsystem Das bewegliche Äquatorsystem ist ortsunabhängig, da hier der Frühlingspunkt (Schnittpunkt von Himmelsäquator und Ekliptik) bestimmung der Länge (Rektaszension α) benutzt wird. Es wird zum Katalogisieren von Fixsternen verwendet.

ekliptikales System Es wird verwendet, um die Koordinaten von Objekten in unserem Sonnensystem zu beschreiben.

galaktisches System Es wird verwendet, um die Koordinaten von Objekten un unserer Milchstraße zu beschreiben.

2.2 Nautisches Dreieck

Das nautische Dreieck wird zur Koordinatentransformation zwischen Horizontsystem und beweglichem Äquatorsystem eingesetzt. Die Ecken des Kugeldreiecks sind der Zenit, der Himmelsnordpol und das zu beobachtende Objekt.

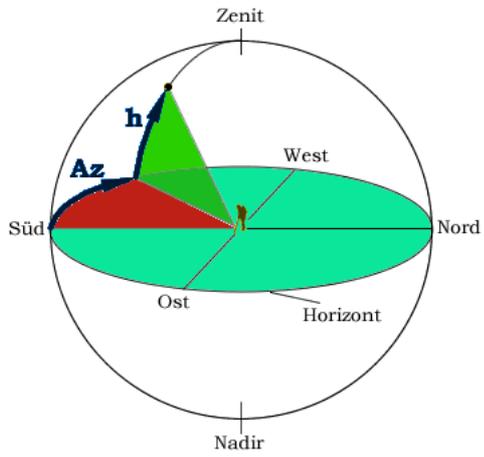


Abbildung 2: Horizontsystem

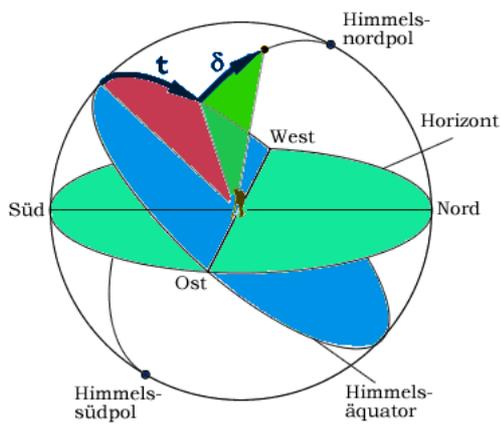


Abbildung 3: festes Äquatorsystem

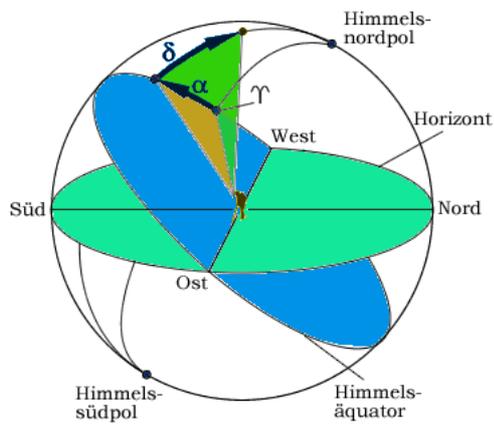


Abbildung 4: bewegliches Äquatorsystem

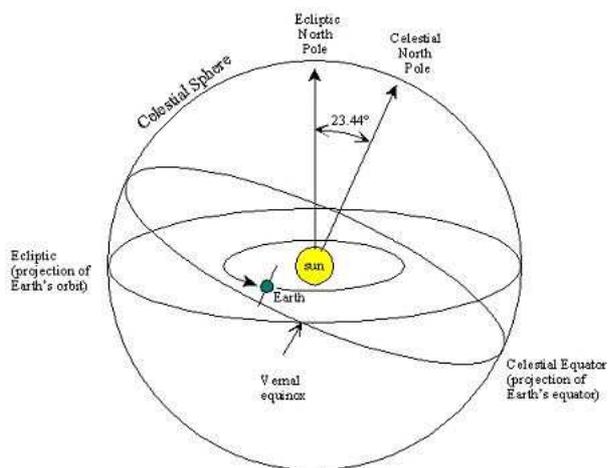


Abbildung 5: ekliptikales System

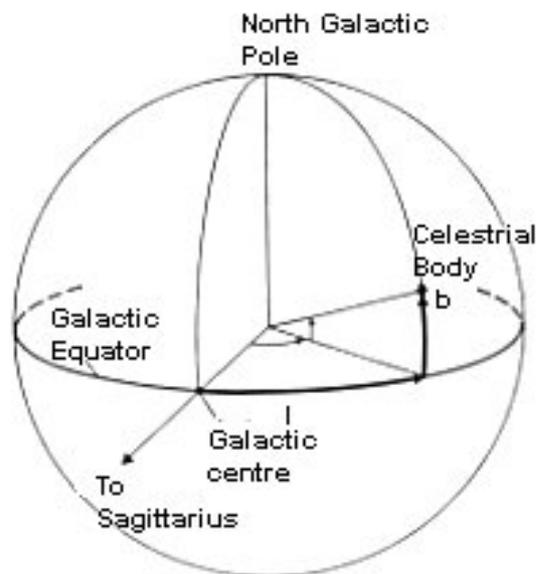


Abbildung 6: galaktisches System

$$\begin{aligned} \delta, \tau &\rightarrow z, A \\ \sin(z) * \sin(A) &= \cos(\delta) * \sin(\tau) \\ \cos(z) &= \sin(\varphi) * \sin(\delta) + \cos(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(\tau) - \sin(z) * \cos(A) \\ &= \cos(\varphi) * \sin(\delta) - \sin(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(\tau) \end{aligned}$$

2.3 Variabilität der Koordinaten

Präzession Da sich durch die Präzession (Periode ca. 26000 Jahre) der Frühlingspunkt um 50 Bogensekunden pro Jahr entlang der Ekliptik verschiebt, werden die Deklination und Rektaszension beeinflusst.

Nutation Die Nutation (Präzession der Mondbahnebene) (Periode 18,6 Jahre) ändert die Präzession der Erdbahn.

3 Azimutmessung

Wegen schlechter Wetterbedingungen, haben wir die Azimutmessung des Fernsehturms mit dem Theodoliten nicht selbst ausführen können. Um die theoretischen Berechnungen ausführen zu können wurden uns Werte des Fernsehturms auf dem Geisberg einer früheren Gruppe vom 24.3.2003 vorgegeben. Aus diesen haben wir mit einem in C++ entwickelten Programm den Azimut der Sonne zu diesem Zeitpunkt, und daraus dann den Turmwinkel berechnet. Unser Programm befindet sich im Anhang.

Die Angaben und unsere Ergebnisse befinden sich in der Tabelle 2.
Hieraus Werten ermitteln wir den Mittelwert des Turmwinkels: $53^{\circ}37' 7,2''$.

Funkuhr - Endzeit + $\frac{1}{2}$ Zwischenzeit
 $360^{\circ} - (\text{Sonnenwinkel} - \text{Turmwinkel}) + \text{Azimut der Sonne}$
 \Rightarrow Mittelwert für Azimut des Turmes: $267^{\circ}39' 8,0''$

Winkel Turm	Winkel Sonne	Zwischenzeit	Endzeit	MEZ Funnkuhr	Azimut Sonne	Azimut Sender
53°37' 02"	102°33' 31"	2m 22,97s	2m 45,41s	10h 03m 30s	316°35' 30"	267°39' 06"
53°37' 04"	103°33' 20"	2m 22,35s	3m 02,05s	10h 07m 30s	317°35' 19"	267°39' 06"
53°37' 11"	104°36' 26"	2m 21,93s	2m 38,33s	10h 11m 00s	318°38' 30"	267°39' 12"
53°37' 12"	105°31' 58"	2m 21,29s	2m 44,70s	10h 14m 30s	319°34' 02"	267°39' 11"
53°37' 09"	106°27' 51"	2m 20,70s	2m 51,08s	10h 18m 00s	320°30' 00"	267°39' 16"
53°37' 05"	107°24' 20"	2m 20,22s	2m 57,99s	10h 21m 30s	321°26' 19"	267°39' 06"
-	108°27' 26"	2m 19,90s	2m 42,73s	10h 25m 00s	322°29' 20"	267°39' 01"
-	109°25' 51"	2m 19,43s	2m 45,23s	10h 28m 30s	323°27' 52"	267°39' 08"

Tabelle 2: Werte zur Azimutmessung

4 Umgebungskarte eines Veränderlichen

4.1 Sterndaten

Aitken 5945 (ADS 5945)

Katalog	Epoche	δ	α	m_v	m_{v_1}	m_{v_2}
BD	1855	24°46,8'	7h 7' 58,3"	7,01	7,5	10,2
ADS	1900.0	24°42' 46,2"	7h 10' 43,04"	7,01		
SAO	1950.0	24°37' 34,7"	7h 13' 45,88"	7,0T		
SIMBAD	2000.0	24°32' 10,7"	7h 16' 48,52"			
Interpol.	2005.2	24°31' 36,3"	7h 17' 7,50"			

Helligkeit: 7,5 – 10,2

Relativbewegung

1831.57	309,7°	13,73"
1892.15	310,4°	14,03"

S Ori

Katalog	Epoche	δ	α	$m_{v,max}$	$m_{v,min}$
BD	1855.0	-4°58,8'	5h 21' 51,1"	var.	
HD	1900.0	-4°46,4'	5h 24' 4"	7,5	13,5
SAO	1950.0	-4°43' 52,7"	5h 26' 32,56"		
SIMBAD	2000.0	-4°41' 32,7"	5h 29' 00,89"		
Interpol.	2005.2	-4°41' 18,8"	5h 29' 16,33"		

4.2 Vergleichssterne

Als Vergleichssterne zu S Ori haben wir den Stern HD 294176 herausgesucht, für Aitken 5945 den Stern BD 1588. Diese sind in der beiliegenden Umgebungskarte markiert und ihre aktuellen Koordinaten eingetragen.

Name	δ	α	m_v
HD 294176	-4°41' 47,9"	5h 29' 13,78"	10.23mag
BD 1588	24°28' 11,5"	7h 16' 28,81"	9.5mag

4.3 Relative Position

Die relativen Positionen basieren auf den Werten aus dem Aitken Doppelstern Katalog. Der hellere Stern des Doppelsternsystems wurde dabei als fixer Punkt im Koordinatensystem gewählt. Relative Positionen können über einen oder mehrere fixe Bezugssterne ermittelt werden. Die relativen Positionen unseres Doppelsternsystems sind in Abbildung 7 dargestellt.

4.4 Eigenbewegung

Die Eigenbewegung der Sterne haben wir in die im Anhang angefügten Umgebungskarten eingezeichnet.

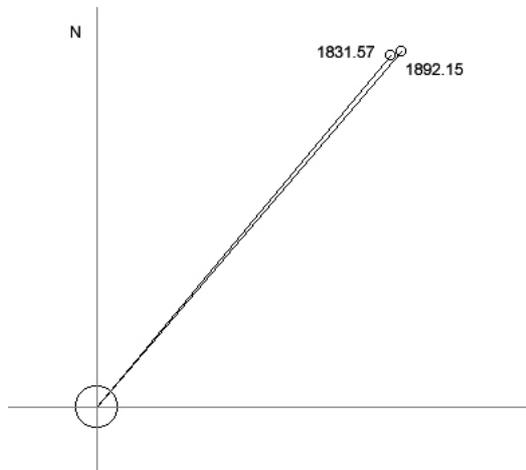


Abbildung 7: Relative Positionen

4.5 Gesamthelligkeit

$$\begin{aligned}
 m &= -2,5 * \log I \\
 I &= 10^{-\frac{m}{2,5}} \\
 m_1 &= 7,5 \\
 m_2 &= 10,2 \\
 I_1 &= 10^{-\frac{m_1}{2,5}} \\
 I_2 &= 10^{-\frac{m_2}{2,5}} \\
 I_{ges} &= I_1 + I_2 \\
 m &= -2,5 * \log_{10}(I_{ges}) = 7,4
 \end{aligned}$$

4.6 Sichtbarkeit

Ein Stern ist an einem Ort sichtbar, wenn seine Deklination(δ) größer als $-90^\circ - \varphi$ ist. Hierbei ist φ die Breite des Ortes. Objekte, deren Deklination größer als $90^\circ - \varphi$ ist, sind circumpolar, d.h. immer sichtbar.

$$\begin{aligned}
 \cos(z) &= \cos(\varphi) * \sin(\delta) - \sin(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(\tau) \\
 z &= \text{Zenitdistanz}
 \end{aligned}$$

$$\tau = \text{Sternzeit} - \alpha$$

4.7 Welche Einflüsse verändern die Position eines Sterns?

Das Licht, das von einem Stern ausgeht, wird beim Eintritt in die Erdatmosphäre gebrochen (Atmosphärische Refraktion). Die Brechung wird umso stärker, je tiefer der Lichtstrahl eintrifft und ist somit vor allem bei horizontnahe Gestirnen

feststellbar. Dadurch hat es für den Beobachter den Anschein, dass das Himmelsobjekt höher zu sehen ist als es tatsächlich steht. Die Refraktionshöhe für einen Stern lässt sich über folgende Formel berechnen:

$$h_{Re} = \coth$$

Bei der Präzession handelt es sich um die Verschiebung des Frühlingspunktes, der in zirka 26.000 Jahren einen vollständigen Kreis durchläuft. Den Effekt der Präzession führt man auf die Kreiselbewegung (Neigung) der Erdachse zurück. Zudem bewirkt die Neigung der Mondbahnebene um 5 Grad zur Ekliptikebene eine zusätzliche Verschiebung des Erdachsenpoles in einer Periode von 18.6 Jahren (Nutation).

Auf Grund der Bewegungen, denen einen Beobachtungspunkt ausgesetzt ist wie die Erdrotation, der Bewegung der Erde um die Sonne und der Bewegung des Sonnensystems relativ zu den Umgebungsternen, und der begrenzten Lichtgeschwindigkeit tritt eine Verschiebung des scheinbaren Sternortes auf. (Aberation)

4.8 Sichtbare Objekte

Name	α	δ	Sichtbar um 0 Uhr	Aufgangszeit	Untergangszeit
M1	5h 34' 48,53"	22°1' 11,3"	Nein	12:04	4:02
M3	13h 42' 17,85"	28°22' 10,5"	Ja	19:26	12:55
M13	16h 41' 53"	36°27' 25,6"	Ja	20:56	17:25
M15	21h 30' 14,88"	12°11' 21,6"	Nein	4:55	19:02
M27	19h 59' 49,29"	22°43' 51,3"	Nein	2:24	18:32
M31	0h 42' 58,9"	41°17' 41,0"	Ja	ganze Nacht sichtbar	
M57	18h 53' 47,44"	33°2' 23,9"	Ja	23:53	18:51
M81	9h 56' 9,99"	69°0' 17,6"	Ja	ganze Nacht sichtbar	
γ And	0h 13' 30,04"	15°12' 43,7"	Nein	7:23	22:01
β Cyg	19h 30' 55,71"	27°58' 14,6"	Nein	1:18	18:41
γ Leo	10h 20' 15,12"	19°48' 56,8"	Ja	17:03	8:34
ϵ Lyr	18h 44' 30,50"	39°40' 35,8"	Ja	ganze Nacht sichtbar	
λ Ori	5h 35' 25,25"	9°56' 14,1"	Ja	13:12	2:55

5 Spektralklassifikation

5.1 Sonne

Für diesen Versuch haben wir das Spektrum der Sonne mit dem Bamberger 60cm Spiegelteleskop aufgenommen. Am Teleskop war der Spektrograph und eine CCD-Kamera angebracht, die das Spektrum digital aufgenommen hat. Da die CCD-Fläche nicht für den gesamten Spektralbereich ausreichend ist, haben wir 5 Spektren im Bereich von ca. 3600Å bis ca. 7000Å aufgenommen. Auf der gleichen Aufnahme wurde auch jeweils das Spektrum einer Vergleichslampe aufgenommen.

5.2 Sterne

Wegen der Wetterlage konnten wir kein eigenes Sternspektrum aufnehmen, wir wären aber im Grunde genauso vorgegangen wie beim Sonnenspektrum, nur dass wir die Vergleichslampe nicht in das Objektspektrum eingeblendet hätten, sondern ein eigenes Spektrum für die Lampe aufgenommen hätten.

5.3 Reduktion

Aus den gewonnenen Aufnahmen der CCD-Kamera haben wir mit dem System „MIDAS“ die Spektren extrahiert. Dabei sind wir wie folgt vorgegangen:

Bildlage Zuerst wird die Bildlage überprüft. Falls die im Bild dargestellten Spektren nicht absolut waagrecht sind, muss das Bild im MIDAS-System rotiert werden.

Extraktion der Spektren Mit Hilfe des Befehls *GET/CURSOR* werden die Koordinaten des oberen und unteren Randes des Spektrums ermittelt, sowie ein Streifen des Himmels direkt über und unter dem Spektrum. Dieser Vorgang wird sowohl bei dem Objektspektrum als auch bei einem Vergleichslampenspektrum durchgeführt.

Subtraktion des Himmelshintergrundes Die ermittelten Koordinaten dienen nun dazu, den Himmelshintergrund vom Spektrum zu subtrahieren, und danach jede einzelne Spalte des Spektrums aufzusummieren. Dies geschieht komplett mit dem Befehl *EXTRACT/AVERAGE*. Dabei entsteht ein neues 1 Pixel hohes Spektrum, welches die jeweils aufsummierten Spaltenwerte enthält. Dieses lässt sich mit *PLOT* im Graphenfenster darstellen.

Wellenlängenkalibration mit Hilfe des Vergleichsspektrums Um das Objektspektrum auf der X-Achse mit den richtigen Wellenlängenwerten in Angstrom(Å) zu versehen, muss zuerst das Spektrum der Vergleichslampe kalibriert werden. Dazu plottet man dieses Spektrum und sucht dann in den vorgegebenen Spektren der Lampe nach den im Fenster angezeigten Linien. Diese werden sodann mit dem Befehl *IDENTIFY/LONG* mit den ihnen zugeordneten Wellenlängenwerten versehen.

Im Anschluß daran, wird diese Kalibration mit *REBIN/LONG* auf das Objektspektrum angewendet, und man erhält ein Objektspektrum mit dazu passenden Wellenlängen.

5.4 Auswertung des Sonnenspektrums

Durch die Reduktion erhielten wir die im Anhang beigefügten Sonnenspektren *endsun01* bis *endsun05*. Diese wurden wiederum mit Hilfe von MIDAS ausgewertet.

Nachgewiesene Atome und Ionen Im Sonnenspektrum wurden folgende Atome und Ionen nachgewiesen:

Ca _{II}	3934Å
Ca _{II}	3969Å
Fe _I	4046Å
H _δ	4101Å
Ca _I	4226Å
H _γ	4340Å
Fe _I	4384Å
H _β	4861Å
Fe _I	4891Å
Fe _I	4921Å
Fe _I	4957Å
Mg _I	5173Å
Mg _I	5184Å
Fe _I	5270Å
Fe _I	5328Å
Mg _I	5528Å
Na _I	5889Å
Ca _I	6122Å
Ca _I	6163Å
H _α	6562Å
O ₂	6867Å

Äquivalentbreiten von Ca_{II}, Ca_I und H_β

	Wellenlänge	Sonne	η Boo	Procyon
Ca _{II}	3933Å	9,04Å	3.70Å	4.94Å
Ca _I	4227Å	0,85Å	0.65Å	0.40Å
H _β	4861Å	2,43Å	3.13Å	4.97Å

Man sieht, dass die Sonne wesentlich mehr CalciumII als Wasserstoff im Spektrum aufweist, ebenso ist der CalciumI-Anteil stärker als bei den beiden Vergleichssterne. Bei η Boo ist der Anteil von CalciumII und Wasserstoff ähnlich groß. Vom CalciumI Wert liegt η Boo zwischen der Sonne und Procyon. Da Procyon einen relativ geringen CalciumI-Anteil aufweist, der Wasserstoffanteil mindestens gleichgroß wie der CalciumII-Anteil ist, würden wir ihn eher den F als den G-Sternen zuordnen (Siehe Abbildung 8).

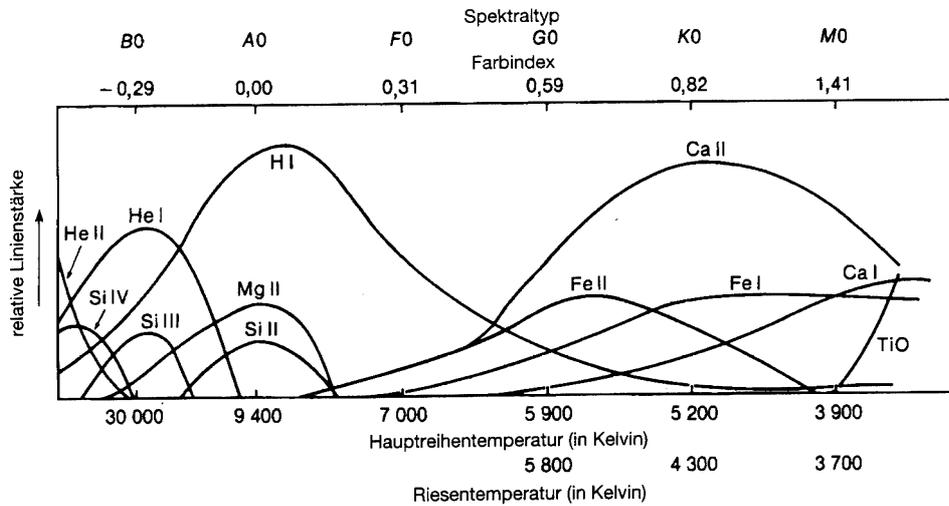


Abbildung 8: Spektraltypen

5.5 Klassifikation der Sternspektren

Uns wurden drei Sterne zum klassifizieren vorgegeben. Hierbei handelte es sich um folgende Spektraltypen:

Stern	Spektraltyp	Bemerkung
stern1	A3	H sehr stark, kein He, kein Ca
stern2	F, evtl. G	H stark, Ca stark, b1 halb so stark wie H
stern3	O8, evtl. B	H, HeI, HeII

5.6 Harvard-Klassifikation

Zwischen der chemischen Zusammensetzung und der Temperatur eines Sternes gibt es einen direkten Zusammenhang, der in der Harvard-Klassifikation dargestellt wird. Dabei werden folgende Spektraltypen von Sternen unterschieden und nach abnehmender Temperatur geordnet: O B A F G K M

Historisch bedingt werden dabei O, B als frühe, A, F, G als mittlere und K, M als späte Spektraltypen bezeichnet. Eine grobe Einteilung der Sterne in ihre Spektraltypen lässt sich bereits anhand der optisch wahrnehmbaren Farbe vornehmen. Durch die Untersuchung eines Sternspektrums kann der Stern genauer klassifiziert werden, indem man den Absorptionslinien die chemischen Elemente zuweist und deren Auftreten oder Fehlen nachweist. Eine Feinunterteilung zwischen zwei Spektraltypen wird durch eine nachgestellte Zahl zwischen 0 und 9 gekennzeichnet.

Temperatur und chemische Elemente der Spektralklassen:

O:	50.000K	HeII herrscht vor, HeI mittelmässig, wenig H
B:	25.000K	HeII fehlt völlig, HeI stärker, H ansteigend, Si
A:	10.000K	H maximal, HeI fehlt völlig, MgII und SiII stark, CaII schwach
F:	7.600K	CaII nimmt zu, H stark aber abnehmend
G:	6.000K	CaII sehr stark, Metalle (FeI) stark, H nimmt weiter ab (Sonnenspektrum)
K:	5.100K	H relativ schwach, dafür Metallinien, Molekülbanden
M:	3.600K	Neutrale Metallinien, CaI stark, TiO-Banden

Für eine genauere Spektralklassifizierung erweist es sich als nützlich, die Spektren mehrerer Sterne ähnlichen Typs zu untersuchen, um die Stärke von Absorptionslinien und Äquivalentbreiten der jeweiligen Elemente vergleichen zu können.

6 Teleskope und astronomische Spektrographen

6.1 Aufgabe 1 - (visuelle) teleskopische Grenzgröße

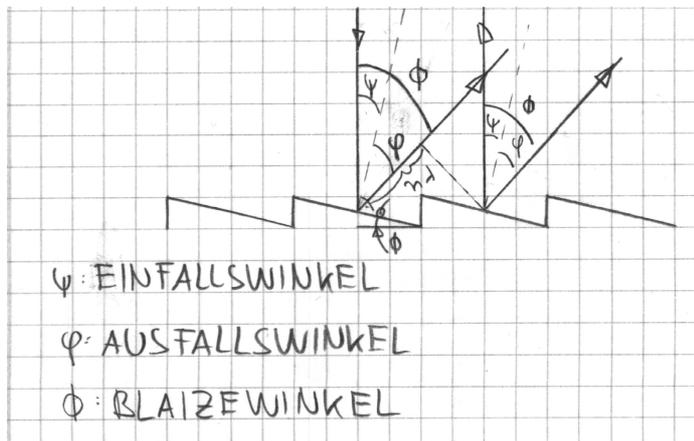
A - Augendurchmesser, $DA = 8mm$

$$\begin{aligned}
 m_v - m_G &= -2,5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right) \\
 D^2 &\sim F \\
 -2,5 \log \left(\frac{D}{DA} \right)^2 &= \\
 &= -5 \log \left(\frac{D}{DA} \right) = \\
 &= -5 \log(D) + 5 \log(DA) = \\
 &= -5 \log(D) - 6,5
 \end{aligned}$$

6.2 Aufgabe 2 - Abbildungsmaßstab eines Teleskops

$$\begin{aligned}
 f &= 10,8m, \alpha = 40'' \\
 \Delta &= f * \alpha \quad (\alpha \text{ im Bogenmaß}) \\
 &\Rightarrow \alpha = 1,939 * 10^{-4} \\
 &\Rightarrow \Delta = 0,21cm
 \end{aligned}$$

6.3 Aufgabe 3 - Echelle Spektrometer



$$s = \text{Gitterkonstante} = \frac{1}{\frac{\text{Anzahl der Striche}}{mm}} = \frac{1}{79} mm$$

ψ = Einfallswinkel

Φ = Blazewinkel = $63^\circ 26' = 63,43^\circ$

φ = Ausfallswinkel

$\lambda = 500nm$

$$2\Phi = \psi + \varphi$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \psi &= 2\Phi - \varphi \\ s(\sin\psi \pm \sin\varphi) &= n * \lambda \\ s(\sin(2\Phi - \varphi) \pm \sin\varphi) &= n * \lambda \\ \sin(2\Phi - \varphi) \pm \sin\varphi &= \frac{n * \lambda}{s}\end{aligned}$$

Auflösen nach φ (sin-cos Beziehung):

$$\begin{aligned}\sin(x) + \sin(y) &= 2\sin\left(\frac{x \pm y}{2}\right) * \cos\left(\frac{x \mp y}{2}\right) \\ 2\sin\left(\frac{2\Phi - \varphi \pm \varphi}{2}\right) * \cos\left(\frac{2\Phi - \varphi \mp \varphi}{2}\right) &= \frac{n\lambda}{s}\end{aligned}$$

1. Fall (einfallender und gebeugter Strahl auf gleicher Seite des Einfallslots):

$$\begin{aligned}2\sin(\Phi) * \cos(\Phi - \varphi) &= \frac{n\lambda}{s} \\ \varphi &= \Phi - \arccos\left(\frac{\lambda}{2s * \sin(\Phi)}\right) \\ \varphi &= 63,43^\circ - \arccos\left(\frac{500 * 10^9 \text{mm} * 44}{2 \frac{1}{79} \text{mm} * \sin(63,43^\circ)}\right) \\ \varphi &= 49,75^\circ\end{aligned}$$

2. Fall:

$$\begin{aligned}2\sin(\Phi - \varphi) * \cos(\Phi) &= \frac{n\lambda}{s} \\ \varphi &= \Phi - \arcsin\left(\frac{\lambda}{2s * \cos(\Phi)}\right) \\ \varphi &= 63,45^\circ - \arcsin\left(\frac{500 * 10^{12} \text{mm}}{\frac{2}{79} \text{mm} * \cos(63,43^\circ)}\right) \\ &(\varphi = 229,75^\circ \Rightarrow 77^\circ)\end{aligned}$$

Dispersion berechnen:

$$\begin{aligned}\varphi &= 49,75^\circ, f = 5,8 \text{m} = 5,8 * 10^3 \text{mm}, n = 44, s = \frac{1}{79} \\ D &= \frac{n * f}{s * \cos(\varphi)} = \\ &= \frac{5,8 * 10^3 \text{mm}}{\frac{1}{79} \cos(49,75^\circ)} = 0,32 \frac{\text{\AA}}{\text{mm}}\end{aligned}$$

6.4 Aufgabe 4 - Bamberger Spektrograph

$$s = \text{Gitterkonstante} = \frac{1}{1200} \text{mm}$$

$\psi = \text{Einfallswinkel}$

$\varphi = \text{Ausfallswinkel}$

$$\lambda = 6563 \text{\AA} = 656,3 * 10^{-12} \text{mm}$$

$$45^\circ = \psi + \varphi$$

$$\Rightarrow \psi = 45^\circ - \varphi$$

$$s(\sin\psi \pm \sin\varphi) = n * \lambda$$

$$s(\sin(45^\circ - \varphi) \pm \sin\varphi) = n * \lambda$$

$$\sin(45^\circ - \varphi) \pm \sin\varphi = \frac{n * \lambda}{s}$$

Auflösen nach φ (sin-cos Beziehung):

$$\sin(x) + \sin(y) = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) * \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$2\sin\left(\frac{45^\circ - \varphi \pm \varphi}{2}\right) * \cos\left(\frac{45^\circ - \varphi \pm \varphi}{2}\right) = \frac{n\lambda}{s}$$

1. Fall (einfallender und gebeugter Strahl auf gleicher Seite des Einfallslots):

$$2\sin\left(\frac{45^\circ}{2}\right) * \cos\left(\frac{45^\circ}{2} - \varphi\right) = \frac{n\lambda}{s}$$

$$\cos(45^\circ - \varphi) = \frac{n\lambda}{2s * \sin\left(\frac{45^\circ}{2}\right)}$$

$$45^\circ - \varphi = \arccos\left(\frac{n\lambda}{2s * \sin(22,5^\circ)}\right)$$

$$\varphi = -\arccos\left(\frac{n\lambda}{2s * \sin(22,5^\circ)}\right) + 45^\circ$$

$$\varphi_1 = 45^\circ - \arccos\left(\frac{n\lambda}{2\frac{1}{1200}\sin(22,5^\circ)}\right)$$

$\varphi_1 = \text{Keine Lösung, da } \arccos(x) - 1 < x < 1 \text{ nicht erfüllt}$

2. Fall:

$$2\sin\left(\frac{45^\circ}{2} - \varphi\right) * \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = \frac{n\lambda}{s}$$

$$2\sin(22,5^\circ - \varphi) * \cos(22,5^\circ) = \frac{n\lambda}{s}$$

$$\sin(22,5^\circ - \varphi) = \frac{n\lambda}{2s * \cos(22,5^\circ)}$$

$$22,5^\circ - \varphi = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{2s * \cos(22,5^\circ)}\right)$$

$$\varphi_2 = 22,5^\circ - \arcsin\left(\frac{n\lambda}{2\frac{1}{1200}\cos(22,5^\circ)}\right)$$

$$\varphi_2 = 2,73^\circ$$

Dispersion berechnen:

$$\begin{aligned} f &= 135\text{mm} \\ \frac{1}{D} &= \frac{n * f}{s * \cos(\varphi)} = \\ &= \frac{1200 * 135\text{mm}}{\cos(2,73^\circ)} = 1,6 * 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{\AA}} \end{aligned}$$

6.5 Aufgabe 5 - Rotverschiebung

Gemessene Emissionslinien in \AA :

3239, 4595, 4753, 5032, 5200-5415, 5632, 5632, 5792, 6005-6190, 6400-6510

Balmerlinien \AA : 3970, 4102, 4340, 4861, 6563 ($\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$)

Ermittlung der verschobenen Balmerlinien über die Differenzen zwischen gemessenen Emissionslinien und theoretischen Balmerlinien:

$$H_\epsilon : 4595\text{\AA} - 3970\text{\AA} = 625\text{\AA}$$

$$H_\delta : 4753\text{\AA} - 4102\text{\AA} = 651\text{\AA}$$

$$H_\gamma : 5032\text{\AA} - 4340\text{\AA} = 692\text{\AA}$$

$$H_\beta : 5632\text{\AA} - 4861\text{\AA} = 771\text{\AA}$$

Berechnung der Rotverschiebung z :

$$zu H_\epsilon : \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,157431$$

$$zu H_\delta : \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,158703$$

$$zu H_\gamma : \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,159447$$

$$zu H_\beta : \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,158609$$

Daraus den Mittelwert: 0,158548 Berechnung der Entfernung aus der Rotverschiebung:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} &= \frac{v}{c} \\ v &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} * c \\ v &= z * c \\ v &= H_0 * r \end{aligned}$$

Wir nehmen an: $H_0 = 75 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}$

$$r = \frac{z * c}{H_0}$$
$$r = 634,192 \text{ Mpc}$$

Berechnung der absoluten Helligkeit des Systems:

$$m = 13,5$$
$$m - M = -2,5 \log \left(\frac{F(r)}{F(10 \text{ pc})} \right)$$
$$f \sim \frac{1}{r^2}$$
$$m - M = -2,5 \log \left(\frac{(10 \text{ pc})^2}{r^2} \right)$$
$$m - M = 2,5 \log \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right)^2$$
$$m - M = 5 \log \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right)$$
$$\Rightarrow M = m - 5 \log \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right)$$
$$M = -25,5$$

7 Spektralanalyse

Formel zur Entfernungsberechnung:

$$r = 10^{\left(\frac{1}{5} * (m_v - M_v) + 1\right)}$$

7.1 α Dra

$m_v = 3,67$, Spektraltyp: A0III, $\Delta M_v = 0,0$

	H γ (4340Å)	H β (4861Å)
Ganz	7.97008	7.25161
Gernoth	7.86330	7.45794
Osswald	7.43794	7.64818
Mittelwert	7.75711	7.45257

Berechnete Entfernung: $r = 85,98pc = 280,42Lj$

7.2 η UMa

$m_v = 1,85$, Spektraltyp: B3V, $\Delta M_v = 0,0$

	H γ (4340Å)	He I (4388Å)	He I (4922Å)
Ganz	5.48024	0.400464	0.535046
Gernoth	5.33737	0.576967	0.719953
Osswald	6.05503	0.698060	0.707277
Mittelwert	5.62421	0.55849	0.65409

Berechnete Entfernung: $r = 44,65pc = 145,63Lj$

7.3 Schwerebeschleunigung und Effektivtemperatur

Durch Eintragung in die vorgegebene Abbildung 1 haben wir folgende Effektivtemperaturen und Schwerebeschleunigungen ermittelt:

Stern	T_{eff}	$\log(g)$
η UMa	17000	4,3
α Vir	24000	3,7

7.4 OV-Stern 10 Lac

	W/Å	$\log(W/m\text{Å})$
H γ (4340Å)	3.07399	3.4877
H β (4861Å)	2.98907	3.4755
He $_I$ (4471Å)	0.90287	2.9556
He $_I$ (4388Å)	0.403559	2.6059
He $_I$ (4922Å)	0.532479	2.7263
He $_{II}$ (4686Å)	0.880481	2.9447
He $_{II}$ (4542Å)	0.812810	2.9100
He $_{II}$ (4200Å)	0.548422	2.7391

$\log(T_{eff}) = 4.54$, $\log(g) = 4.375$

Schwerebeschleunigung: $10^{4.375} = 23714 \frac{cm}{s^2}$, Temperatur: $10^{4.54} = 34674^\circ K$

7.5 Energiefluß / Masse

$$m_v = 4,65$$

$$f_{5500\text{\AA}} = 3,7 * 10^{-9} * 10^{-0,4*4,65} = 5,107422 * 10^{-11}$$

$$\frac{f_\lambda}{F_\lambda} = \pi \frac{R^2}{d^2}$$

$$R^2 = \frac{f_\lambda * d^2}{F_\lambda * \pi}$$

$$\text{Angabe : } d^2 = 325 \pm_{55}^{82} \text{ pc}$$

$$F_\lambda = 8,27 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{ s } \text{\AA}}$$

$$R = 2,96 * 10^6 \text{ km}$$

$$R_{-55\text{pc}} = 2,41 * 10^6 \text{ km}, \text{ Fehler : } 17\%$$

$$R_{+82\text{pc}} = 3,63 * 10^6 \text{ km}, \text{ Fehler : } 25\%$$

$$M = \frac{gR^2}{G} = 15.0 M_\odot$$

7.6 Linienentstehung

Im Spektrum können Emissions- und Absorptionslinien auftreten. Die Absorptionslinien entstehen durch Übergänge von Elektronen von einem niedrigeren in ein höheres Energieniveau (Anregung). Dabei nimmt das Elektron ein Photon mit der Energie $E = h * \nu$ auf, die der Energiedifferenz zwischen dem Ausgangsniveau und dem Niveau, in die das Elektron übergeht, entspricht. Dadurch kommt es im Spektrum zu charakteristischen Absorptionslinien. Jedes Element hat unterschiedliche Energiedifferenzen zwischen seinen Energieniveaus. Daher kann aus Wellenlängen der Absorptionslinien auf bestimmte Elemente geschlossen werden. Ionisation tritt auf, wenn das Elektron von einem Energiezustand seines Atoms in das Kontinuum übergeht. Ionisation und Anregung sind temperaturabhängig. Sie werden durch die Boltzmannformel (Anregung) bzw. Sahaformel (Ionisation) beschrieben. Grundlegend ist, dass beide Terme proportional zu $e^{(-1/T)}$ sind. Das bedeutet, dass Ionisation und Anregung mit steigender Temperatur zunehmen. Mit steigender Temperatur nimmt zunächst die Besetzung der Anregungszustände zu. Mit weiter ansteigender Temperatur steigt die Wahrscheinlichkeit der Ionisation der Atome. Dadurch treten nun verstärkt die charakteristischen Absorptionslinien der ionisierten Atome auf. Dementsprechend schwächen sich die Absorptionslinien der nicht-ionisierten Atome von der Anregung ab.

Effekte:

- Es gibt eine natürliche Linienbreite auf Grund der heisenbergschen Unschärferelation. ($\Delta E * \Delta t \geq h$)
- Verbreiterung auf Grund von Strahlungs- und Stossdämpfung.
- Doppler-Verbreiterung (thermischer Effekt), stärkster Effekt.

8 Hertzsprung-Russell-Diagramm

8.1 Entwicklung eines $1M_{\odot}$ -Sterns

Ein Stern von ca. $0,8-1,5M_{\odot}$ verbrennt zunächst H zu He, nach dem pp-Zyklus. Der Stern befindet sich dabei im HRD auf der Hauptreihe. Im Kern in dem die Fusionsprozesse stattfinden erfolgt der Strahlungstransport radiativ. Um den Kern befindet sich die konvektive Hülle. Der Stern verbleibt etwa 10^{10} Jahre auf der Hauptreihe.

Wenn der Wasserstoff im Kern verbraucht ist endet das Hauptreihenstadium. Der Wasserstoff H brennt dann in einer Schale um den Kern weiter, dabei expandiert die Hülle des Kerns; der Stern bewegt sich im HRD horizontal nach rechts. Schließlich bewegt sich der Stern entlang des Riesenastes aufwärts zu höherer Leuchtkraft und sein Radius wächst.

Die Masse des Kerns wächst weiter, dabei wird seine Dichte so hoch, dass das Gas entartet. Die Zentraltemperatur wird schließlich so hoch ($100 * 10^6 \text{ }^{\circ}K$), so dass He im $\alpha\alpha\alpha$ -Prozess zu C verbrennen kann.

Im Kern setzt das He-Brennen ein. Da das Gas im Kern entartet ist, führt der Temperaturanstieg zu keiner weiteren Ausdehnung des Kernes, dies beschleunigt wiederum die Fusionsrate. Durch den weiteren Temperaturanstieg wird die Entartung des Gases aufgehoben, dieses beginnt zu expandieren, was zum sogenannten Heliumblitz (Heliumflash) führt. Infolge des He-Blitzes fällt die Leuchtkraft des Sterns, da die äußeren Schichten kontrahieren. Der Stern befindet sich nun auf dem Horizontalast und verbrennt im Kern He zu C. \Rightarrow Riesenast

Wenn das He im Kern verbraucht ist, brennt dieses in einer Schale um den Kern weiter. Der Stern hat jetzt 2 Schalen in denen H und He verbrannt werden. Daher bewegt sich der Stern fast senkrecht im HRD nach oben.

Schließlich stößt der Stern seine Hülle ab, die einen planetarischen Nebel bildet. Die Leuchtkraft bleibt dabei konstant. \Rightarrow Im HRD konstante Linie.

Durch das Ende aller Fusionsreaktionen sinkt die Leuchtkraft und die Temperatur, der Stern wird zu einem weißen Zwerg¹, der von einem planetarischen Nebel umgeben ist. Die Stadien sind in der Abbildung 9 dargestellt.

8.2 Turnoff Punkt

Der Turnoff Punkt im Hertzsprung Russell-Diagramm markiert den Punkt, an dem sich ein Stern von der Hauptreihe von der Hauptreihe entfernt.

8.3 Messwerte

$$U - B = 0,32$$

$$B - V = 0,43$$

8.4 Verfärbung

$$E(B - V) = 0,43$$

¹H an der Oberfläche, dann He-Bereich und C-Kern

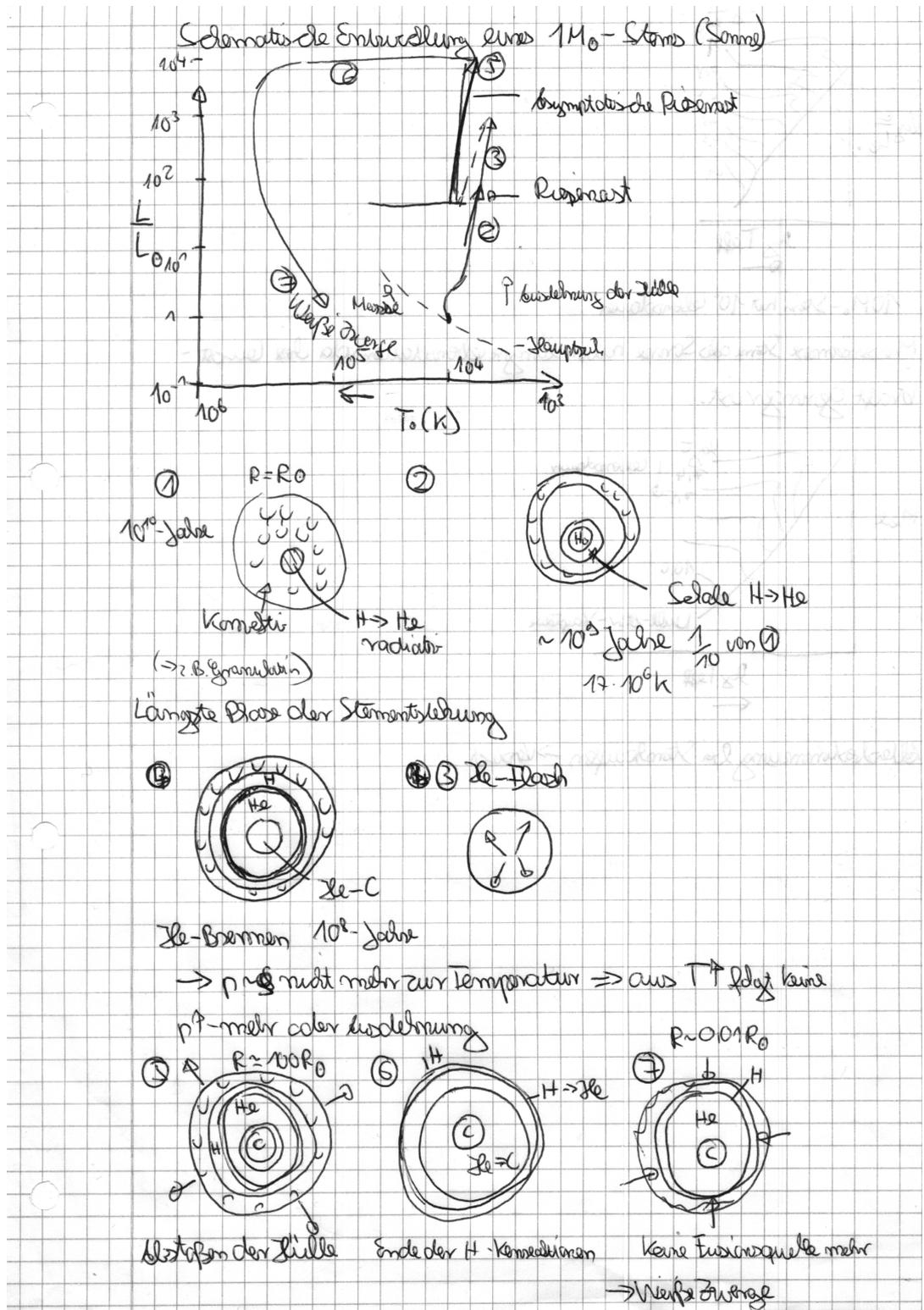


Abbildung 9: Sternentwicklung

$$\begin{aligned}
E(U - B) &= 0,32 \\
E(B - V) &= \frac{1}{2} \left(E(B - V) + \frac{E(U - B)}{0,72} \right) = \\
&= \frac{1}{2} \left(0,43 + \frac{0,32}{0,72} \right) = 0,44 \\
\Rightarrow A_v &= 3,0 * 0,44 = 1,32
\end{aligned}$$

8.5 Entfernung

$$\begin{aligned}
\Delta m = m_v - M_v &= -5 + 5\log(r) + A = 12,2 \\
-5\log(r) + A &= 17,2 \\
5\log(r) &= 17,2 - A \\
\log(r) &= \frac{17,2 - A}{5} = \frac{17,2 - 1,56}{5} \\
\log(r) &= 3,296 \\
r &= 1450pc
\end{aligned}$$

8.6 Alter von M11

$$\begin{aligned}
m_v(\infty) &= 12,5 \\
m_v - M_v &= 12,2 \\
\Rightarrow -M_v &= 12,2 - m_v = \\
&= 12,5 - 12,2 = 0,3 \\
-1 &\Rightarrow 6,0 * 10^7 \text{ Jahre} \\
0 &\Rightarrow 1,6 * 10^8 \text{ Jahre} \\
\Rightarrow t &= 3,07 * 10^8 \text{ Jahre}
\end{aligned}$$

Jünger als unser Sonnensystem.

9 Rotationsperiode und Masse des Saturn

9.1 Aufgabe 1 - Bestimmung der reziproken linearen Dispersion $\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$ mit linearer Regression

$$\Delta\lambda = DB * \tan(\beta)$$

$$\Rightarrow D = \frac{\Delta\lambda}{B * \tan(\beta)}$$

$$\Delta x = B * \tan(\beta)$$

$$D = \frac{\Delta\lambda}{\Delta x}$$

Oberes Spektrum:

$$\lambda_1 = 6128,45\text{\AA}$$

$$\lambda_2 = 6143,06\text{\AA}$$

$$\Delta\lambda_{1,2} = 14,61\text{\AA}$$

$$\Delta x_{1,2} = 27\text{mm}$$

$$\Rightarrow D_{1,2} = \frac{14,61\text{\AA}}{27\text{mm}} = 0,541\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

$$\lambda_2 = 6143,06\text{\AA}$$

$$\lambda_3 = 6163,59\text{\AA}$$

$$\Delta\lambda_{2,3} = 20,53\text{\AA}$$

$$\Delta x_{2,3} = 38\text{mm}$$

$$\Rightarrow D_{2,3} = \frac{20,53\text{\AA}}{38\text{mm}} = 0,540263157\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

$$\lambda_3 = 6163,59\text{\AA}$$

$$\lambda_4 = 6217,28\text{\AA}$$

$$\Delta\lambda_{3,4} = 53,69\text{\AA}$$

$$\Delta x_{3,4} = 99\text{mm}$$

$$\Rightarrow D_{3,4} = \frac{53,69\text{\AA}}{99\text{mm}} = 0,542323232\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

$$\lambda_5 = 6217,28\text{\AA}$$

$$\lambda_6 = 6266,50\text{\AA}$$

$$\Delta\lambda_{5,6} = 49,22\text{\AA}$$

$$\Delta x_{5,6} = 91\text{mm}$$

$$\Rightarrow D_{5,6} = \frac{49,22\text{\AA}}{91\text{mm}} = 0,54087912\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^4 D_i}{4} = 0,541\frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

Fehler \rightarrow Standardabweichung:

$$S_D = \sqrt{\frac{1}{12} \left(\sum_{i=1}^{n=4} D_i - D_M \right)^2} = 4,3 * 10^{-4} \frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

$$\Rightarrow \bar{D} = 0,541 \frac{\text{\AA}}{\text{mm}} \pm 4,3 * 10^{-4} \frac{\text{\AA}}{\text{mm}}$$

9.2 Aufgabe 2 - Bestimmung des Neigungswinkels β

	1	2	3	4	5
x	5cm	5cm	4,9cm	4,9	4,9
y	0,4cm	0,4cm	0,4cm	0,33cm	0,35cm
β_i	4,6°	4,6°	4,7°	3,9°	4,1°
$ \beta_i - \bar{\beta} $	0,016°	0,016°	0,116°	0,68°	-0,48°

$$\bar{\beta} = 4,38^\circ \rightarrow$$

$$S_\beta = \pm 0,16^\circ \Rightarrow$$

$$\bar{\beta} = 4,38^\circ \pm 0,16^\circ$$

9.3 Aufgabe 3 - Berechnung der Äquatorgeschwindigkeit und der Rotationsperiode des Saturn

B = Breite des Planetenspektrums, β = Neigungswinkel, D = Reziproke lineare Dispersion

$$\Delta x = B * \tan(\beta)$$

$$\Delta \lambda = DB * \tan(\bar{\beta})$$

$$\bar{\beta} = 4,38^\circ$$

$$B = 25\text{mm}$$

$$\Rightarrow \Delta \lambda = 1,1\text{\AA}$$

Fehlerfortpflanzung für $\Delta \lambda$

$$S_{F_\lambda} = \sqrt{\left(\frac{DB}{\cos^2(\beta)} * S_\beta \right)^2 + (B * \tan(\beta) * \bar{S}_D)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\left(\frac{0,541 \frac{\text{\AA}}{\text{mm}}}{\cos^2(7,6 * 10^{-2})} * 2,7 * 10^{-3} \right)^2 + (25\text{mm} * \tan(7,6 * 10^{-2})) * 4,3 * 10^{-4} \frac{\text{\AA}}{\text{mm}} \right)^2} =$$

$$= 0,19\text{\AA}$$

$$\Rightarrow \Delta \lambda = 1,1\text{\AA} \pm 0,19\text{\AA}$$

Berechnung der Äquatorgeschwindigkeit $v_{\ddot{a}q}$

$$v_{\ddot{a}q} = \frac{c * \Delta\lambda}{4\lambda_0} = 12,06 \frac{km}{s}$$

Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 6216,64\text{\AA} \\ c &= 3,0 * 10^8 \frac{m}{s} \\ S_{F_\lambda} &= 0,19\text{\AA} \\ S_{v_{\ddot{a}q}} &= \sqrt{\left(\frac{c}{4\lambda_0} * S_{F_\lambda}\right)^2} = \frac{c}{4\lambda_0} * S_{F_\lambda} \\ S_{v_{\ddot{a}q}} &= \pm 2,2 \frac{km}{s} \\ \Rightarrow v_{\ddot{a}q} &= 12,06 \frac{km}{s} \pm 2,2 \frac{km}{s} \end{aligned}$$

Berechnung der Umlaufperiode P_S

$$R_S = 60330km \text{ (Radius Saturn)}$$

$$P_S = \frac{2\pi R_S}{v_{\ddot{a}q}}$$

$$P_S = 8h43'$$

Fehlerfortpflanzung P_S

$$\begin{aligned} S_{f_{P_S}} &= \frac{2\pi R_S}{v_{\ddot{a}q}^2} * S_{v_{\ddot{a}q}} = \\ &= \frac{2\pi * 60330km}{12,06 \frac{km}{s}} * 2,2 \frac{km}{s} = \pm 1h36' \\ \Rightarrow P_S &= 8h43' \pm 1h36' \\ \text{realer Wert} &: 10h14' \end{aligned}$$

9.4 Aufgabe 4 - lineare Verschiebungen und Rotationsgeschwindigkeiten

Messung der Linienabweichungen

x_i : Innenring

x_a : Außenring

Messung	1	2	3	4	5
x_i	0,28	0,3	0,22	0,27	0,24
x_a	0,22	0,24	0,15	0,24	0,20
$\Delta\lambda_i$	1,5	1,63	1,19	1,46	1,30
$\Delta\lambda_a$	1,19	1,30	0,81	1,30	1,08
v_i	17,96	19,59	14,28	17,51	15,7
v_a	14,25	15,62	9,72	15,60	13,02
λ_G	6263\AA	6242\AA	6252\AA	6254\AA	6219\AA

$$\begin{aligned}\overline{v_{i,a}} &= \frac{c * \Delta\lambda_{i,a}}{4\lambda_0} \\ \Rightarrow \overline{v_i} &= 17,0 \frac{km}{s} \\ \overline{v_a} &= 13,6 \frac{km}{s}\end{aligned}$$

Standardabweichung

$$\begin{aligned}S_{v_i} &= 0,92 \frac{km}{s} \\ S_{v_a} &= 1,2 \frac{km}{s} \\ \Rightarrow \overline{v_i} &= 17,0 \frac{km}{s} \pm 0,92 \frac{km}{s} \\ \overline{v_a} &= 13,6 \frac{km}{s} \pm 1,2 \frac{km}{s}\end{aligned}$$

9.5 Aufgabe 5 - Ermittlung der Saturnmasse

$$\begin{aligned}M_{S_{a,i}} &= \frac{v_R^2 R_R}{G} \\ v_R &= v_i \text{ oder } v_a \\ G &= 6,673 * 10^{-11} \frac{km^3}{kg s^2} \\ R_R &: \text{ Ringradius innen, au\ss en} \\ R_i &= 93684 km \\ R_a &= 141800 km \\ \Rightarrow M_{S_I} &= \frac{v_i^2 R_i^2}{G} = 4,1 * 10^{26} kg \\ M_{S_A} &= 3,93 * 10^{26} kg \\ \Rightarrow \overline{M} &= 4 * 10^{26} kg \pm 5,67 * 10^{25}\end{aligned}$$

Berechnung des Standardfehlers mit Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned}S_{f_{M_S}} &= 2 \frac{v_R R_R}{G} * v_R \\ \Rightarrow M_{S_I} &= 4,1 * 10^{26} \pm 4,4 * 10^{25} kg \\ M_{S_A} &= 3,93 * 10^{26} kg \pm 6,94 * 10^{25} kg \\ \Rightarrow \overline{M_S} &= 5,67 * 10^{25} kg\end{aligned}$$

9.6 Aufgabe 6 - O₂-Linien

Die O₂-Linien stammen aus Absorption in der Erdatmosphäre.

10 Radialgeschwindigkeit eines Doppelsterns

10.1 Typen der spektroskopischen Doppelsterne

Einspektrensysteme Falls die Spektren der beiden Komponenten nicht zu trennen sind, spricht man von sogenannten Einspektrensystemem. Dies ist der Fall, wenn das Spektrum der leuchtkräftigeren Komponente die Linien der Sekundärkomponente dominiert, so dass deren Linien nicht nachweisbar sind für eine brauchbare quantitative Messung zu schwach oder von den Linien der Primärkomponente nicht trennbar sind. Die Masse kann mithilfe der Massenfunktion bestimmt werden:

$$f(M) = \frac{K_1^3 P}{2\pi G}$$

Zweispektrensysteme Bei Zweispektrensystemem können die Linien der Primär- und Sekundärkomponente voneinander getrennt werden. Dadurch lässt sich das Massenverhältnis aus der Keplerbewegung um einen gemeinsamen Schwerpunkt ermitteln:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{a'_1}{a'_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)^3}{GP^2}$$

10.2 Radialgeschwindigkeit

Durch messen der Linienposition und umformen der Gleichung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ zu $v = \frac{\Delta\lambda * c}{\lambda}$ haben wir folgende Radialgeschwindigkeiten ermittelt:

Datum	Uhrzeit	$v_{Hauptkomponente} \frac{km}{s}$	$v_{Nebekomponente} \frac{km}{s}$
13.12.1989	1:35	66,3	-30,31
	4:19	61,48	-23,82
14.12.1989	0:51	-3,85	38,93
	4:26	-15,16	51,36
15.12.1989	0:46	-43,97	82,52
	4:19	-41,78	82,44
16.12.1989	0:48	-0,6	34,47
17.12.1989	3:47	73,51	-42,33
18.12.1989	0:50	65,88	-34,58
	4:33	59,14	-25,26

10.3 Gauss-Jordan

Mithilfe des Gauss-Jordan Programms haben wir die im Anhang zu findenden Bahnphasen gezeichnet und für die Funktion $A_1 + A_3 \sin(\varphi) + A_4 \cos(\varphi)$ folgende Werte ermittelt:

Hauptkomponente	Nebenkompente
$A_1 = 17,88$	$A_1 = 17,44$
$A_3 = -36,10$	$A_3 = 38,69$
$A_4 = 50,71$	$A_4 = -51,48$

Halbamplitude K

$$\begin{aligned}
 v(\varphi) &= A_1 + A_3 * \sin(\varphi) + A_4 * \cos(\varphi) \\
 v(\varphi) &= A_1 - K_1 * \sin(\varphi) \\
 \Rightarrow A_1 + A_3 * \sin(\varphi) + A_4 * \cos(\varphi) &= A_1 - K_1 * \sin(\varphi) \\
 A_3 * \sin(\varphi) + A_4 * \cos(\varphi) &= K_1 * \sin(\varphi)
 \end{aligned}$$

$\sin(\varphi)$ in diese Formel bei Maximalwert = 1!

$$\begin{aligned}
 K_1 &= -A_3 * \sin(\varphi) - A_4 * \cos(\varphi) = \\
 &= -A_3 * \sin(\varphi) - A_4 * \cos(\varphi)
 \end{aligned}$$

Ableitung

$$v'(\varphi) = A_3 * \cos(\varphi) - A_4 * \sin(\varphi)$$

Extremwerte finden, d.h. $v = 0$

Primärkomponente :

$$-36,10\cos(\varphi) - 50,71\sin(\varphi) = 0$$

$$-0,712 = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$$

$$-0,712 = \tan(\varphi)$$

$$\arctan(-0,712) = \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi = -35,45^\circ$$

$$K_{prim} = 36,1 * \sin(-35,45) - 50,71\cos(-35,45) =$$

$$= -20,94 - 41,31 = -62,25 \frac{km}{s}$$

Sekundärkomponente :

$$\frac{-38,69}{51,48} = \tan(\varphi)$$

$$\tan(\varphi) = -0,752$$

$$\Rightarrow \varphi = -36,94^\circ$$

$$K_{sec} = -38,69 * \sin(-36,94) + 51,49\cos(-36,94) =$$

$$= 23,25 + 41,15 = 64,40 \frac{km}{s}$$

Massenverhältnis:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{-62,25}{64,40} = -0,9666 \rightarrow 0,9666$$

Massenfunktion:

$$\frac{f(M)}{M_\odot} = 1,036 * 10^{-7} K_1^3 P = 1,036 * 10^{-7} * 62,25^3 * 5,0105 = 0,125 M_\odot$$

Bahnradien:

$$\begin{aligned} P &= 5,0105d = 432907,2s \\ a_{1,2} * \sin(i) &= \frac{K_{1,2}P}{2\pi} = \\ \Rightarrow a_1 * \sin(i) &= \frac{62,25 \frac{km}{s} * 432907,2s}{2\pi} = 4,29 * 10^6 \frac{km}{s} \\ \Rightarrow a_2 * \sin(i) &= \frac{64,40 \frac{km}{s} * 432907,2s}{2\pi} = 4,44 * 10^6 \frac{km}{s} \end{aligned}$$

Massen:

$$\begin{aligned} G &= 6,673 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2} \\ \frac{M_2}{M_1} &= 0,9666 \\ \Rightarrow M_1 &= \frac{M_2}{0,9666} \\ f(M) &= \frac{M_2^3 \sin^3(i)}{(M_1 + M_2)^2} = 0,125 M_\odot \\ \frac{(0,9666 * M_1)^3 \sin^3(i)}{(M_1 + 0,9666 M_1)^2} &= 0,125 M_\odot \\ \frac{0,9031 * M_1 \sin^3(i)}{3,8416} &= 0,125 M_\odot \\ \Rightarrow M_1 \sin^3(i) &= 0,532 M_\odot \\ \frac{M_2 \sin^3 i}{4,139} &= 0,125 M_\odot \\ \Rightarrow M_2 \sin^3(i) &= 0,517 M_\odot \end{aligned}$$

10.4 Bahnneigung

$$\begin{aligned} i &= 90^\circ \\ a_1 &= \frac{4,29 * 10^6 \frac{km}{s}}{\sin^3(90)} = 4,29 * 10^6 \frac{km}{s} \end{aligned}$$

$$a_2 = 4,44 * 10^6 \frac{km}{s}$$

$$M_1 = \frac{0,532M_\odot}{\sin^3(90)} = 0,532M_\odot$$

$$M_2 = 0.517M_\odot$$

$$i = 52^\circ$$

$$a_1 = \frac{4,29 * 10^6 \frac{km}{s}}{\sin^3(52)} = 8,77 * 10^6 \frac{km}{s}$$

$$a_2 = 9,07 * 10^6 \frac{km}{s}$$

$$M_1 = 1,087M_\odot$$

$$M_2 = 1,057M_\odot$$

Aus der Literatur plausibler Wert für die Masse: $3,2M_\odot$

$$3,2M_\odot \sin^3(i) = 0,532M_\odot$$

$$\sin(i) = \sqrt[3]{\frac{0,532M_\odot}{3,2M_\odot}}$$

$$\sin(i) = \sqrt[3]{0,5499} \Rightarrow i = 33,36^\circ$$

10.5 H $_\alpha$ -Linien des Weißen Zwerges G181

Mit MIDAS haben wir die folgenden Wellenlinien für den Weißen Zwerg und den Hauptreihenstern ermittelt:

Weißer Zwerg	6565,18Å
Hauptreihenstern	6564,49Å
Laborwert	6562,81Å

Gravitationsrotverschiebung:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\Delta v}{hv} = \frac{\Delta v}{v} = -\frac{GM}{Rc^2} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\Delta\lambda = 0,69\text{Å}$$

$$\frac{GM}{Rc^2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\frac{G^2M^{\frac{4}{3}}}{2c_1c^2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$c_1 = \frac{h^2}{\mu_e^{\frac{5}{3}} * m_p^{\frac{5}{3}} * m_e * 2^{\frac{1}{3}}} * \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{4}{3}}$$

$$c_1 = 3004751,288 \text{ (Formelsammlung)}$$

$$M^{\frac{4}{3}} = \frac{\Delta\lambda 2c_1c^2}{\lambda G^2}$$

$$\begin{aligned}
M &= \sqrt[4]{\left(\frac{\Delta\lambda 2c_1 c^2}{\lambda G^2}\right)^3} = \\
&= \sqrt[4]{\left(\frac{2 * 0,69 * 10^{-10} * 3004751,288 * (3 * 10^8)^2}{6562,81 * 10^{-10} * 4,4529 * 10^{-21}}\right)^3} = \\
&= \sqrt[4]{\left(\frac{3,7319 * 10^{13}}{2,9224 * 10^{-27}}\right)^3} = \\
&= 1.2013 * 10^{30} \Rightarrow \underline{0,607M_{\odot}} \\
R &= \frac{2c_1}{G} M^{-\frac{1}{3}} = \frac{2 * 3004751,288}{6,673 * 10^{-11} * \sqrt[3]{1.2013 * 10^{30}}} = \\
&= 8471628,612m = 8471,63km \\
&\Rightarrow \underline{R_{\odot} = 0.01217}
\end{aligned}$$

Anhang

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

double rad(double x) {
    return(x / 360.0 * 2 * M_PI);
}

double grad(double x) {
    return(x * 360.0 / 2 / M_PI);
}

double frac(double x) {
    x = x - (int) x;
    if (x < 0)
        x += 1;

    return(x);
}

double vorkomma(double x) {
    return((int) x);
}

double nachkomma(double x) {
    return(x - vorkomma(x));
}

double lmst(double mjd, double lambda) {
    // Lokale mittlere Sternzeit

    double mjdo, t, ut, gmst, zw;
    double lmst_return; // Rueckgabewert

    mjdo = (int) (mjd);
    ut    = (mjd - mjdo) * 24;
    t     = (mjdo - 51544.5) / 36525.0;
    gmst  = 6.697374558 + 1.0027379093 * ut +
            (8640184.812866 + (0.093104 - 0.0000062 * t) * t) * t / 3600.0;
    zw    = (gmst - lambda / 15.0) / 24.0;
    lmst_return = frac(zw) * 24.0;

    return lmst_return;
}

double mjd(int day, int month, int year, double hour) {
    // Modifiziertes julianisches Datum
```

```

double a,mjd;
int b;

a = 10000.0 * (double) year + 100.0 * (double) month + (double) day;

if (month <= 2) {
    month += 12;
    year  -= 1;
}
if (a <= 15821004.1) {
    b = -2 + (int) ((year+4716)/4) - 1179;
}
else {
    b = (int) (year / 400) - (int) (year / 100) + (int) (year / 4);
}
a = 365.0 * (double) year - 679004.0;

mjd = a + b + (int) (30.6001 * (month + 1)) +
      (double) day + (double) hour / 24.0;

return mjd;
}

double zeit_in_hms(double zeit , double &hour, double &min, double &sec) {
    double time;

    hour = zeit - frac(zeit);
    min  = (zeit - hour) * 60;
    sec  = frac(min) * 60;
    min  = (int) min;
}

double grad_in_gms(double grad_in , int &vorzeichen ,
                   double &grad, double &min, double &sec) {
    if(grad_in < 0) {
        grad_in = -grad_in;
        vorzeichen = -1;
    }
    else {
        vorzeichen = 1;
    }
    }

    grad = vorkomma(grad_in);
    min  = nachkomma(grad_in) * 60;
    sec  = nachkomma(min) * 60;

    min  = vorkomma(min);
    sec  = vorkomma(sec);
}

```

```

void grad_ausgabe(double wert) {
    int vz;
    double a,b,c;

    while(wert >= 360.0) wert = wert - 360.0;
    while(wert < 0.0) wert = wert + 360.0;

    grad_in_gms(wert ,vz ,a ,b ,c);

    if(vz == 1)
        printf("+");
    else
        printf("-");

    printf("%d_",(int) a);
    printf("%d'",(int) b);
    printf("%d''\n",(int) c);
}

double equhor(double dec, double tau, double phi, double &h, double &az) {
    // Aequatorial in Horizontsystem umrechnen

    // Deklination
    // Tau als Stundenwinkel
    // Phi als Geographische Breite

    double x,y,z;
    double r, rho;
    double hoehe, azimuth;

    x = cos(rad(dec)) * sin(rad(phi)) * cos(rad(tau)) -
        sin(rad(dec)) * cos(rad(phi));
    y = cos(rad(dec)) * sin(rad(tau));
    z = cos(rad(dec)) * cos(rad(phi)) * cos(rad(tau)) +
        sin(rad(dec)) * sin(rad(phi));

    // Kartesische Koordinaten in Polarkoordinaten

    rho = x * x + y * y;
    r = sqrt(rho + z * z);
    azimuth = grad(atan2(rad(y), rad(x))); // Azimut
    if(azimuth < 0) azimuth += 360.0;
    rho = sqrt(rho);
    hoehe = grad(atan2(rad(z), rad(rho))); // Hoehe

    h = hoehe;
    az = azimuth;
}

```

```

double interpol(double hour1, double min1, double sec1,
                double hour2, double min2, double sec2, double time) {
    double time1;
    double time2;
    double delta_time;
    double verhaeltnis;

    time1 = hour1 + min1 / 60.0 + sec1 / 3600.0;
    time2 = hour2 + min2 / 60.0 + sec2 / 3600.0;
    delta_time = time2 - time1;

    verhaeltnis = time / 24.0;

    printf("Verhaeltnis: %f\n", verhaeltnis);

    return(time1 + delta_time * verhaeltnis);
}

double interpol2(double hour1, double min1, double sec1,
                 double hour2, double min2, double sec2, double time) {
    // Lineare Interpolation

    // Aktueller Tag
    // Folgetag
    // Uhrzeit

    double time1;
    double time2;

    time1 = hour1 + min1 / 60.0 + sec1 / 3600.0;
    time2 = hour2 + min2 / 60.0 + sec2 / 3600.0;

    double verhaeltnis = time / 24.0;

    // Wenn time = 0 Uhr, dann verhaeltnis 0
    // d.h., nehme 100% vom 1. Tag und 0% vom 2. Tag

    return(time2 * verhaeltnis + time1 * (1.0-verhaeltnis));
}

int main(int argc, char *argv[])
{
    // 1.1.2000 Julian Date 1543.5
    // Sideral: 6h 35min 54.8653

    // double laenge = -10 - (53.4 / 60.0); // Bamberg
    // double breite = 49 + (53 / 60.0);

```

```

double breite = 49 + (53.0/60.0) + (9.0/3600.0);
double laenge = -(10 + (53.0/60.0) + (22.0/3600.0));

double julianischesdatum;
double nulluhr;
double stundenwinkel;

// Gruppe 5 (Testwert)
// Datum 24.2.2005
// Zeit 12h 07min 44.4sec

double tag = 24;
double monat = 3;
double jahr = 2003;

// tag = 16; monat = 2; jahr = 2005;

// Epoche 2003: 65.0
// Epoche 2005: 66.0
double epoche_korrektur = 65.0;

double stunde = 10.00 - 1.0; // MEZ in UT
double min = 18.00;
double sec = 00.00;

double endzeit_stunde = 0;
double endzeit_min = 2;
double endzeit_sec = 51.08;

double zwischenzeit_stunde = 0;
double zwischenzeit_min = 2;
double zwischenzeit_sec = 20.70;

double winkel_turm = 53.0 + 37.0 / 60.0 + 7.166 / 3600.0;
double winkel_sonne = 106.0 + 27.0 / 60.0 + 51.0 / 3600.0;
double winkel_differenz = winkel_sonne - winkel_turm;

double st_hour = 0;
double st_min = 0;
double st_sec = 0;

double dekl = 0;
double rekt = 0;

stunde = stunde - endzeit_stunde + 0.5 * zwischenzeit_stunde;
min = min - endzeit_min + 0.5 * zwischenzeit_min;
sec = sec - endzeit_sec + 0.5 * zwischenzeit_sec;

zeit_in_hms(stunde+min/60.0+sec/3600.0, st_hour, st_min, st_sec);

```

```

printf("UT: %dh %dmin %dsec\n",
      (int) st_hour, (int) st_min, (int) st_sec);

// tag = 15; stunde = 14; min = 16; sec = 0;

stunde = stunde + min / 60.0 + sec / 3600.0;

// Sonne am 24.2.2005
// Deklination      -9 Grad 30min 16.7sec
// Rektaszension   22h 29min 08.41sec

// Sonne am 25.2.2005
// Deklination      -9 Grad 08min 03.9sec
// Rektaszension   22h 32min 55.80sec

printf("Geographische_Breite: ");
grad_ausgabe(breite);
printf("Geographische_Laenge: ");
grad_ausgabe(laenge);

julianischesdatum = mjd((int) tag, (int) monat, (int) jahr, stunde);

printf("MJD: %f\n", julianischesdatum);

printf("LMST_Greenwich: %f\n", lmst(julianischesdatum, 0));

zeit_in_hms(lmst(julianischesdatum, 0), st_hour, st_min, st_sec);
printf("LMST_Greenwich: %dh %dmin %dsec\n",
      (int) st_hour, (int) st_min, (int) st_sec);

printf("LMST_Bamberg: %f\n", lmst(julianischesdatum, laenge));

zeit_in_hms(lmst(julianischesdatum, laenge), st_hour, st_min, st_sec);
printf("LMST_Bamberg: %dh %dmin %dsec\n",
      (int) st_hour, (int) st_min, (int) st_sec);

nulluhr = mjd((int) tag, (int) monat, (int) jahr, 0);
printf("Sternzeit_0_Uhr_Greenwich: ");
printf("%f", lmst(nulluhr, 0));
grad_ausgabe(lmst(nulluhr, 0));

printf("Stunde: %f\n", stunde);

// dekl = interpol(-9, -30, -16.7, -9, -8, -03.9, (double) stunde);
// rekt = interpol(22, 29, 08.41, 22, 32, 55.8, (double) stunde);

// 16.2.2005
// dekl = interpol(-12, -22, -18.1, -12, -1, -24.8, (double) stunde);
// rekt = interpol(21, 58, 26.26, 22, 2, 18.93, (double) stunde);

```

```

// 24.3.2003
dekl = interpol(1,10,02.1,1,33,39.7,
               (double) stunde + epoche_korrektur / 3600.0);
rekt = interpol(0,10,46.45,0,14,24.90,
               (double) stunde + epoche_korrektur / 3600.0);

rekt = rekt * 15; // Stunden in Grad

printf("Deklination_Sonne: %f\n", dekl);
printf("Deklination_Sonne: ");
grad_ausgabe(dekl);

printf("Rektaszension_Sonne: %f\n", rekt);

printf("Rektaszension_Sonne: ");
grad_ausgabe(rekt / 15.0);

// Stundenwinkel = LMST - Rektaszension

// stundenwinkel = lmst(julianischesdatum, laenge) * 360.0 / 24.0 - rekt;
// in Grad

stundenwinkel = lmst(nulluhr, 0);
stundenwinkel = stundenwinkel + stunde * 1.0027379094;
stundenwinkel = stundenwinkel * 360.0 / 24.0;
stundenwinkel = stundenwinkel - laenge - rekt;

grad_ausgabe(stundenwinkel / 15.0);

printf("Stundenwinkel: %f\n", stundenwinkel);

zeit_in_hms(stundenwinkel / 15.0, st_hour, st_min, st_sec);
if(st_hour < 0) {
    zeit_in_hms(stundenwinkel / 15.0 + 24.0, st_hour, st_min, st_sec);
}

printf("Stundenwinkel: %dh %dmin %dsec\n",
       (int) st_hour, (int) st_min, (int) st_sec);

double hoehe;
double azimut;

// Umwandlung von aequatorialen Koordinaten ins Horizontsystem
equhor(dekl, stundenwinkel, breite, hoehe, azimut);

printf("Hoehe_der_Sonne: %f\n", hoehe);
printf("Azimut_der_Sonne: %f (0 Grad = Sueden)\n", azimut);
printf("Azimut_der_Sonne: ");
grad_ausgabe(azimut);

```

```

double endergebnis;
endergebnis = 360.0 - winkel_differenz + azimut;

printf("Azimut_des_Turms: ");
grad_ausgabe(endergebnis);

// Mittelwertsberechnung
double mittelwert = 0;

mittelwert += 39.0/60.0 + 06.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 06.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 12.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 11.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 16.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 06.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 01.0 / 3600.0;
mittelwert += 39.0/60.0 + 08.0 / 3600.0;

mittelwert = mittelwert / 8.0;

mittelwert += 267.0;

printf("Mittelwert_fuer_Azimut_des_Turms: ");
grad_ausgabe(mittelwert);

return 0;
}

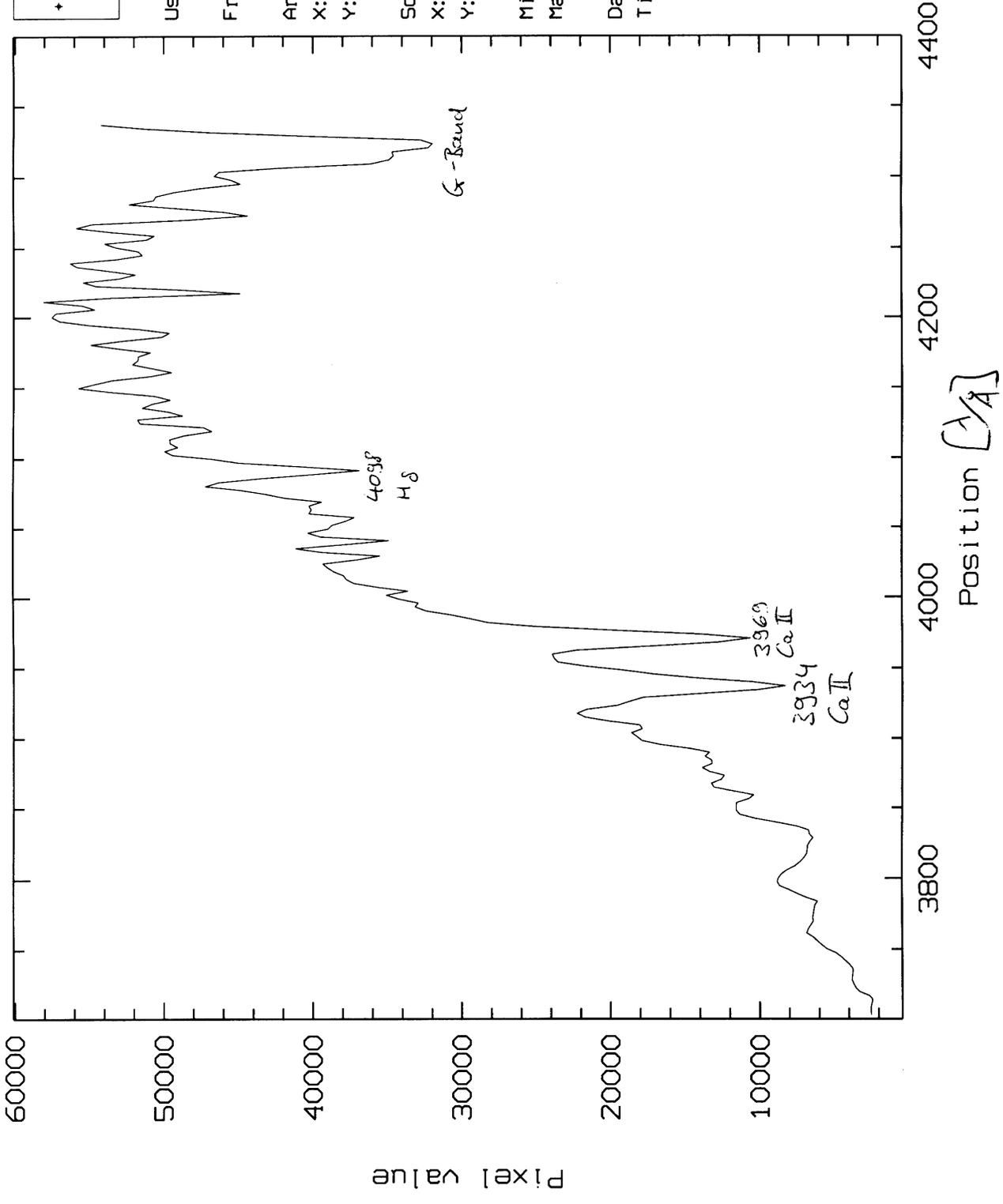
```

Gruppe 5

5

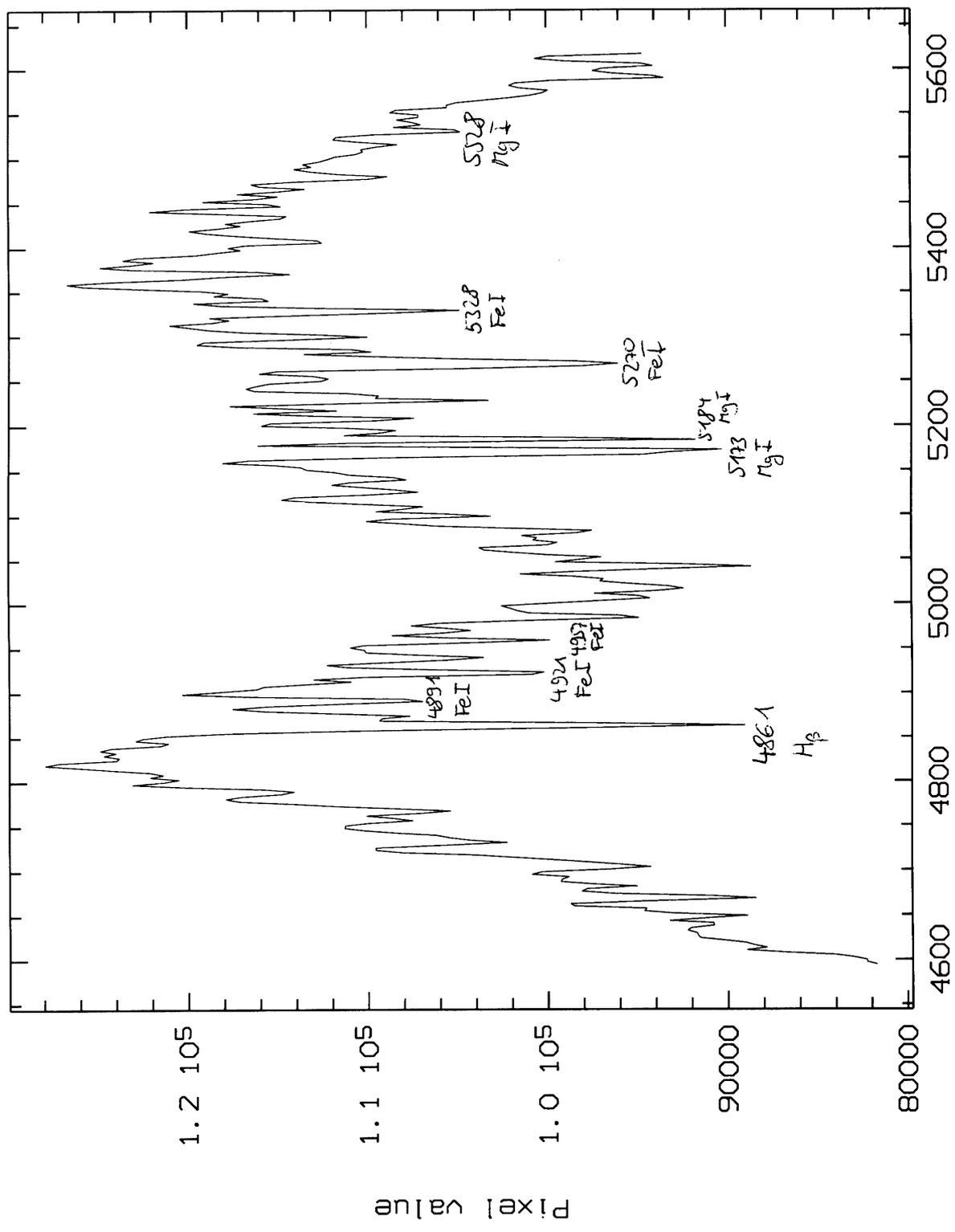
+ES+	MIDAS
0	
+	01SEP

User: prakti
Frame: endsun01
Area:
X: 458 to 685
Y: 1 to 1
Scales:
X: 5.74359
Y: 550.94
Min: 404
Max: 6.01e+04
Date: 17 Feb 2005
Time: 11:08:58



+ES+	MIDAS
0	
+	01SEP

User: prakt.i
Frame: endsun03
Area:
X: 1 to 374
Y: 1 to 1
Scales:
X: 9.21021
Y: 463.42
Min: 7.97e+04
Max: 1.3e+05
Date: 17 Feb 2005
Time: 13:10:20



[A]
Position

Gruppe 5

+ES 0 +	MIDAS 01SEP
---------------	----------------

User: prakt.i

Frame: endsun04

Area:

X: 1 to 379

Y: 1 to 1

Scales:

X: 9.59334

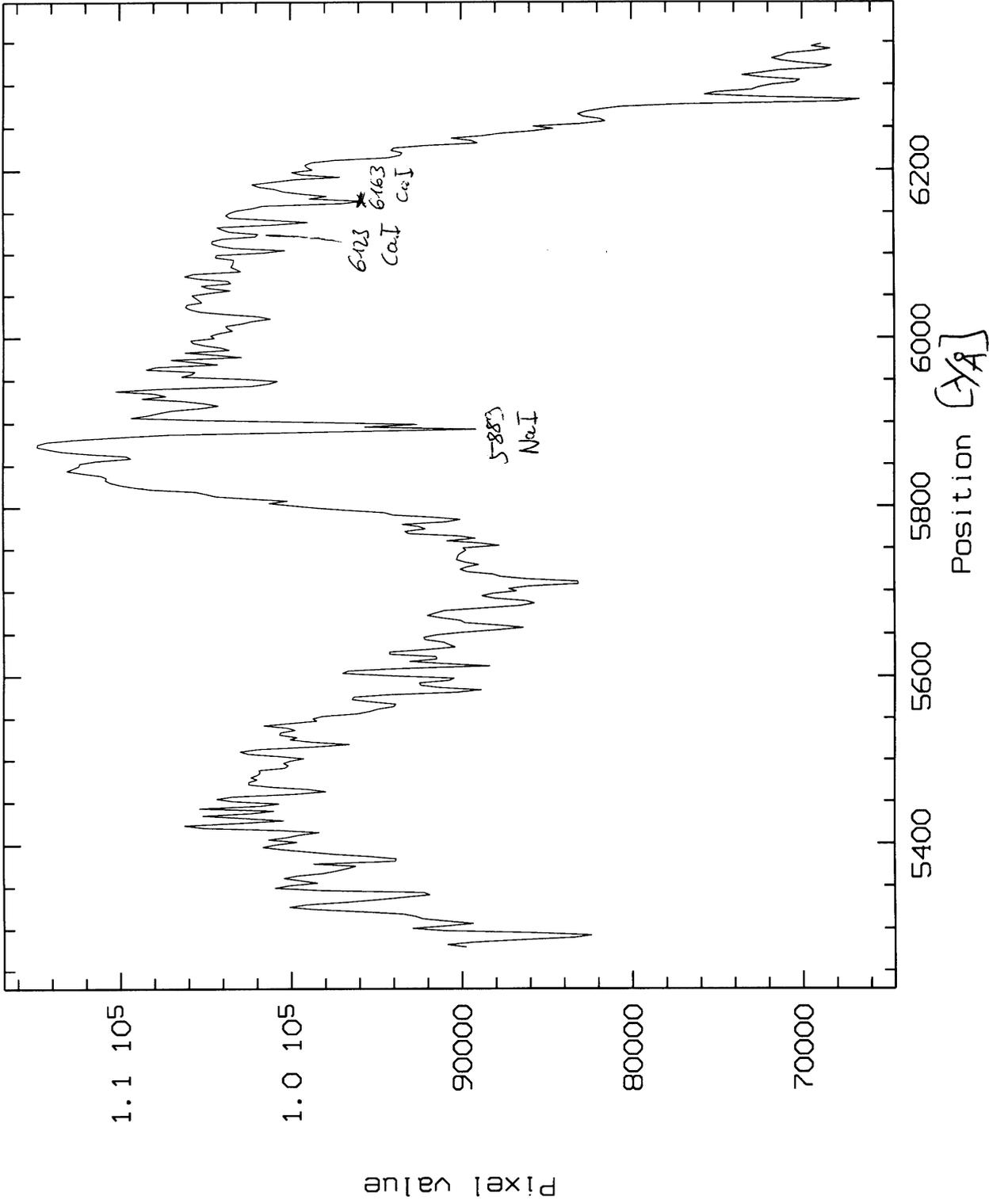
Y: 481.891

Min: 6.46e+04

Max: 1.17e+05

Date: 17 Feb 2005

Time: 13:32:55



+ES+	MIDAS
0	01SEP
+	

User: prakti

Frame: endsun05

Area:

X: 1 to 374

Y: 1 to 1

Scales:

X: 9.27307

Y: 736.162

Min: 1.76e+04

Max: 9.74e+04

Date: 17 Feb 2005

Time: 13:49:43

