

1. Aufgabe

Frage	+	-
Alle Sprachen in NP sind entscheidbar.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sind zwei Sprachen L_1 und L_2 unentscheidbar, dann ist die symmetrische Differenz $L_1 \Delta L_2 := (L_1 \cup L_2) - (L_1 \cap L_2)$ auch unentscheidbar.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Sprache $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält mindestens für die Eingaben } w_1 \text{ und } w_2, w_1, w_2 \in \Sigma^*, w_1 \neq w_2\}$ ist nicht rekursiv aufzählbar.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Wenn L regulär ist, besitzt L die kontextfreie Pumpeigenschaft.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Der Schnitt zweier kontextfreier Sprachen ist entscheidbar.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$L = \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle = w, M \text{ hat maximal } \log_2 w \text{ Zustände}\}$ ist entscheidbar.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$L = \{\langle G, w \rangle \mid G \text{ ist Grammatik in Chomsky NF und } w \in L(G)\}$, dann ist: $L \leq_p \text{SAT}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sei ein Graph $G = (V, E)$ gegeben und es sei $V' \subseteq V$ gegeben. Dann gibt es keine deterministische 1-Band-Turingmaschine, die in polynomieller Zeit entscheidet, ob V' eine unabhängige Menge in G bilden.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Gegeben seien zwei Sprachen $A, B \subseteq \Sigma^*$. Wenn es eine total berechenbare Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ mit $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$ gibt, dann gilt: $A \leq B$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sei x die Binärdarstellung der natürlichen Zahl $(x)_2$, $f(x) = (x)_2$, $f : \{0, 1\}^+ \rightarrow \mathbb{N}$. Ist f bijektiv?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2. Aufgabe

a)

Definieren Sie das initiale Halteproblem:

$H_\varepsilon := \{\langle M \rangle \mid M \text{ ist det. 1-Band-TM, die, gestartet mit leerem Band, hält}\}$

b)

$L_{2B} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ berechnet } \text{bin}((x)_2^2)\}$, dabei ist $\text{bin}(x)$ die Binärdarstellung von x und $(x)_2$ wie oben definiert. Zeigen Sie: L ist nicht entscheidbar

Hinweis: Reduzieren Sie das unentscheidbare H_ε auf L_{2B} . Zum Beweis „ \Leftrightarrow “ gehört „ \Rightarrow “ und „ \Leftarrow “.

3. Aufgabe

a)

Definieren Sie die kontextfreie Pumpeigenschaft:

$\exists p \in \mathbb{N} : \forall z \in L, |z| \geq p : \exists u, v, w, x, y \in \Sigma^*, uvwxy = z : (|vwx| \leq p) \wedge (|vx| \geq 1) \wedge (\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^iwx^iy \in L)$

b)

Gegeben sei die Sprache:

$L_{3C} = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$

Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, dass L_{3C} die kontextfreie Pumpeigenschaft besitzt.

c)

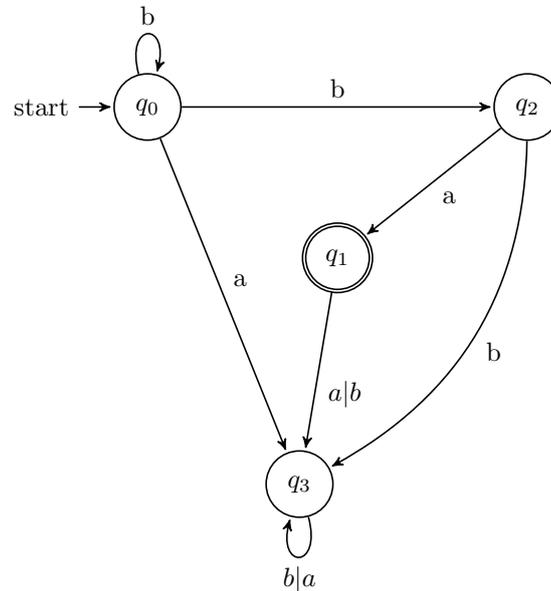
Gegeben sei die Sprache:

$L_{3C} = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \geq 0\}$

Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, dass L_{3C} die kontextfreie Pumpeigenschaft nicht besitzt.

4. Aufgabe

a) Gegeben sei der folgende Automat A_1 :

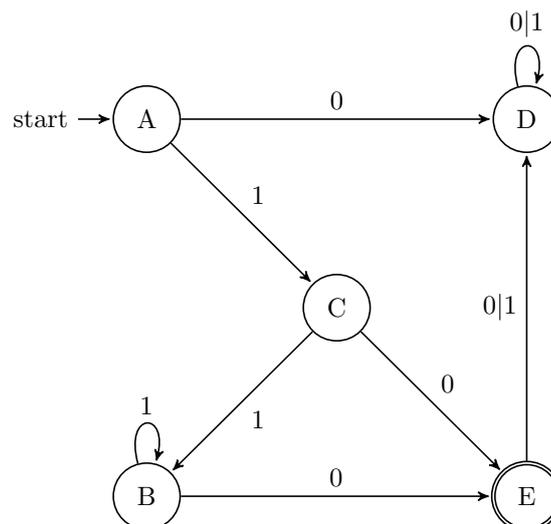


Welche Sprache beschreibt der Automat A_1 ?

$$L(A_1) = L(b^*ba)$$

b) Wandeln Sie den NFA A_1 in einen DFA um:

c) Minimieren Sie den Automaten A_2 unter Beibehaltung der Eigenschaft, dass es für jedes Zeichen einen Übergang gibt:

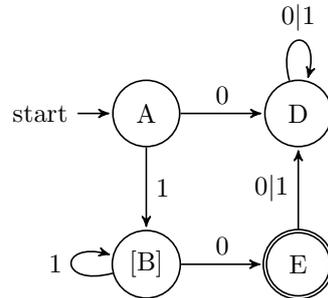


Lösung via NEQ:

B	1			
C	1	ä		
D	2	1	1	
E	0	0	0	0
	A	B	C	D

(Hinweis: Nummern nicht verpflichtend)
 $\Rightarrow B \equiv C$

Das ergibt dann:



5. Aufgabe

a)

Gegeben sei die Grammatik: $G = (V, \Sigma, P, S)$. Geben Sie die rekursive Definition der $V(i, j) := \{A \mid A \xrightarrow{*} a_i \dots a_j\}$ ($i \leq j$), die der CYK-Algorithmus verwendet, an:

$$V(i, i) = \{A \mid (A \rightarrow a_i) \in P\}$$

$$V(i, j) = \{A \mid (A \rightarrow BC) \in P, B \in V(i, k), C \in V(k+1, j), k \in \{i, \dots, j-1\}\}$$

b) Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ und $w = ababa$. Die Produktionen von G lauten:

$$S \rightarrow AB|BC$$

$$A \rightarrow BA|a$$

$$B \rightarrow CC|b$$

$$C \rightarrow AB|a$$

Vervollständigen Sie folgende Tabelle! Woran erkennen Sie, dass $w \in L(G)$?

a	b	a	b	a
{A,C}	{B}	{A,C}	{B}	{A,C}
{S,C}	{S,A}	{S,C}	{S,A}	
{B}	{S,C}	{B}		
$V(1,4)$	$V(2,5)$			
$V(1,5)$				

$$V(1,4) = \{B\}$$

$$V(1,5) = \{S, A, C\}$$

$$V(2,5) = \{B\}$$

$$w \in L(G), \text{ da } S \in V(1, |w|) = V(1, 5)$$

6. Aufgabe

a) Geben Sie die Definition des Überdeckungsproblems an:

$$VC = \{(G, k) \mid G \text{ ist Graph } (V, E) \text{ und } \exists V' \subseteq V : |V'| = k, \forall (u, v) \in E : u \in V' \vee v \in V'\}$$

b) Gegeben sei folgende Sprache:

$$\text{MONOTONSTEIGEND} = \{\text{bin}(a_1)\# \dots \# \text{bin}(a_n) \mid \forall i \in \{1 \dots n\} : a_i \in \mathbb{N}, \forall j \in \{1 \dots n-1\} : a_j \leq a_{j+1}\}$$

Zeigen Sie mittels Reduktion: $\text{MONOTONSTEIGEND} \leq_p \text{CLIQUE}$ Hinweis: Zum Beweis „ \Leftrightarrow “ gehört „ \Rightarrow “ und „ \Leftarrow “. Denken Sie daran, die Laufzeit Ihrer Reduktionsfunktion anzugeben.

c) Nehmen Sie an, es sei $P = NP$. Ist dann MONOTONSTEIGEND NP-Vollständig?