Friedrich-Alexander-Universität
Technische Fakultät

Theorie der Programmierung

Übung 01 — Organisatorisches, Relationen und Unifikation

Leon Vatthauer

2. Mai 2025

Organisatorisches

- Übungsfolien unter wwwcip.cs.fau.de/ hy84coky/ThProg-SS25/ (siehe StudOn)
- Abgaben:
  - Über StudOn
  - 3er Gruppen
  - Ab 50% der erreichten Punkte gibt es bis zu 10% Klausurbonuspunkte.
  - Abgabe immer bis Freitag 23:59 Uhr.
  - Nach der Abgabefrist werden Präsenzlösungen veröffentlicht (StudOn).
- Intensivübung:
  - Freitag 12:15 Uhr
  - Raum 00.151–133 (wie diese Übung)
  - Bei Problemen mit den Hausaufgaben oder sonstigen Verständnisproblemen zu empfehlen.
- Kontakt:
  - leon.vatthauer@fau.de
  - oder über den StudOn-Kurs

Binäre Relationen

Binäre Relation

Eine **binäre Relation** zwischen zwei Menge X und Y ist eine Teilmenge $R \subseteq X \times Y$. Wir schreiben meistens xRy statt $(x, y) \in R$.

Eigenschaften von Relationen

Eine Relation $R \subseteq X \times X$ heißt

- **reflexiv**, wenn xRx für alle $x \in X$;
- **symmetrisch**, wenn für alle xRy auch yRx gilt.
- **transitiv**, wenn für alle xRy und yRz auch xRz gilt.

Binäre Relationen

Konstruktionen auf Relationen

- Die **Identitätsrelation** auf einer Menge X ist gegeben durch $id = \{(x, x) \mid x \in X\}$.
- Die **Komposition** zweier Relationen $R \subseteq Y \times Z$ und $S \subseteq X \times Y$ ist gegeben durch:

$$R \circ S \subseteq X \times Z$$

$$R \circ S = \{(x, z) \mid \exists y. xSy \wedge yRz\}$$

- Die **Umkehrrelation** einer Relation $R \subseteq X \times Y$ ist die Relation

$$R^{-} \subseteq Y \times X$$

$$R^{-} = \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$$

Aufgabe 1

Eigenschaften von binären Relationen

Seien $R, S, T \subseteq X \times X$ beliebige Relationen.

1. Zeigen Sie, dass die folgenden Eigenschaften gelten:
   (a) $(R^{-})^{-} = R$
   (b) $(R \circ T)^{-} = T^{-} \circ R^{-}$
   (c) $R \subseteq S \Rightarrow R \circ T \subseteq S \circ T$
   (d) $R \subseteq S \Rightarrow R^{-} \subseteq S^{-}$

Konstruktionen auf Relationen

- $R \circ S = \{(x, z) \mid \exists y. xSy \wedge yRz\}$
- $R^{-} = \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$

Aufgabe 1

Eigenschaften von binären Relationen

Seien $R, S, T \subseteq X \times X$ beliebige Relationen.

2. Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass die Komposition $\circ$ nicht kommutativ ist, das heißt, finden Sie eine geeignete Menge X sowie Relationen $R, S \subseteq X \times X$, sodass $R \circ S \neq S \circ R$.

Konstruktionen auf Relationen

- $R \circ S = \{(x, z) \mid \exists y. xSy \land yRz\}$
- $R^{-} = \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$

Aufgabe 2

Wiederholung: Unifikation

Verwenden Sie den Unifikationsalgorithmus, um zu entscheiden, ob die folgenden Gleichungen in der Signatur $\Sigma = \{+/2, \cdot/2, -/1, {}^{-1}/1, 0/0, 1/0\}$ (die Signatur von Körpern) unifizierbar sind und geben Sie in dem Fall einen allgemeinsten Unifikator an. Es gilt die übliche Präzedenz.

1. $(1 + (-y)) \cdot x^{-1} \doteq (1 + (-(-1))) \cdot (z + x \cdot 1)^{-1}$
2. $x \cdot (y^{-1} \cdot y) + (z + y) \doteq x \cdot x + (0 + 0 + 1)$
3. $y + (x \cdot 1) \doteq (z + 0)^{-1} + y$